Zestaw powtórzeniowy do kolokwium 1 z ALGT

1. Znaleźć wszystkie zespolone rozwiązania równania $z^5(\sqrt{3}+j)^3 = z^2(1+j)^8$.
2. Narysować zbiór $\{z\in \mathbb{C}: |z| < |z\text{-}1\text{-}j|$ i $\arg(z+3) \in [\frac{-\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]\}$.
3. Podać postać algebraiczną oraz trygonometryczną liczby $\frac{6\cdot e^{j\frac{\pi}{3}}}{2-2j}$
4. Zaproponować rozkład funkcji wymiernej f na sumę ułamków prostych nad $\mathbb{R}$ i nad $\mathbb{C}$ (bez wyliczania współczynników). $f(x) = \frac{-4x^3}{7(x+4)^2(x^4+16)}$
5. Znaleźć i zaznaczyć na płaszczyźnie zespolonej wszystkie rozwiązania równania
$$(z-j)^3 = (2-2j)^2$$
6. Narysować zbiór liczb $z \in \mathbf{C}$ spełniających warunki:
$$\mathrm{Im}(z(1-j)) < \mathrm{Re}(\overline{2-7j}) \wedge \arg\left(z - \left(\frac{1}{j^5}\right)\right) \in \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}\right).$$
7. Wyznaczyć rozkład funkcji wymiernej $\frac{x^2+2x}{(x^2+4)(x-2)}$ na sumę ułamków prostych nad $\mathbb{R}$ i nad $\mathbb{C}$.
8. Rozstrzygnąć, czy podane zdanie jest prawdziwe:
$[\exists n \in N\ \forall k \in N\ (n-k<1)] \Rightarrow [\forall n \in N\ \forall k \in N\ n \neq k]$

   Zapisać zaprzeczenie tego zdania bez użycia symbolu negacji.
9. Określić wartość logiczną zdania: $\forall k \in \mathrm{N}\ \exists n \in \mathrm{N}\ (k = 3n \Rightarrow n = 3k)$

   Zapisać zaprzeczenie tego zdania bez użycia symbolu negacji.
10. Określić wartość logiczną poniższego zdania (uzasadnić).

    $\forall x \in R\ [(x > 5 \Rightarrow x < 2) \vee x > 1]$

    Zapisać zaprzeczenie tego zdania bez użycia symbolu negacji.
11. Dana jest rodzina zbiorów $A_n = \{(x,y) \in R^2 :\ y > n \cdot x^2\}$, $n \in \mathrm{N}$.
    Wyznaczyć (narysować) zbiory $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$ oraz $\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n$.
12. Dana jest rodzina zbiorów $A_n = \{x \in R :\ \ (x - \frac{2}{n})(x+5n) < 0\}$, $n \in \mathrm{N}$.
    Wyznaczyć zbiory $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$, $\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n$.
13. Dana jest rodzina zbiorów $A_n = \{(x,y) \in R^2 :\ y < \frac{x^2}{n}\}$, $n \in \mathrm{N}$.
    Wyznaczyć (narysować) zbiory $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$ oraz $\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n$.