

1. Wyznaczyć promień oraz przedział zbieżności szeregów potęgowych

$$\text{a) } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{2n+1} \quad \text{b) } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(6-2x)^n}{3^n+2^n} \quad \text{c) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n \cdot 2^n \ln n} \quad \text{d) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot 4^n (x-1)^{n+2}}{\sqrt{n^3+5}}$$

$$\text{e) } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{3n}}{8^n+7^n} \quad \text{f) } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2x)^{2n+3}}{4^n+7n} \quad \text{g) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3x^2)^n}{\sqrt{n}} \quad \text{h) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-x^4)^n}{9^n} \cdot \text{tg } \frac{1}{n}$$

2. Wykorzystując własności szeregu geometrycznego,

twierdzenia o różniczkowaniu i całkowaniu szeregów oraz równości

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n} = -\ln|1-x| = \ln \frac{1}{|x-1|} \quad \text{dla } x \in [-1, 1),$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} nx^n = \frac{x}{(1-x)^2} \quad \text{dla } x \in (-1, 1)$$

wyznaczyć sumy szeregów potęgowych oraz ich przedziały zbieżności

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} x^n \quad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1-x)^n}{n} \quad \text{c) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{3^{n-1}}$$

$$\text{d) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{n} \quad \text{e) } \sum_{n=0}^{\infty} (n+3)x^n \quad \text{f) } \sum_{n=0}^{\infty} (n+1)(x+1)^n$$

3. Obliczyć sumy szeregów liczbowych:

$$\text{a) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 3^n} \quad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n \cdot 4^n} \quad \text{c) } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)}{3^n} \quad \text{d) } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+2)}{3^n}$$