kolokwium I   Analiza 2 – Inżynieria Biomedyczna

(2022)

1. Obliczyć całkę podwójną $\iint\limits_{\overline{D}} (4xy + 3x - 2y)dxdy$,

   po obszarze $\overline{D} = \{(x, y) : \ x \in [0, 2], \ y \in [-2, 2], \ (x - 2)^2 + y^2 \geqslant 4\}$.

2. Obliczyć całkę potrójną $\iiint\limits_{\overline{V}} (5 - x + 3z)(x^2 + y^2 + z^2)dxdydz$,

   gdzie $\overline{V} = \{(x, y, z) : \ z \leqslant 0, \ y \geqslant |x|, \ x^2 + y^2 + z^2 \leqslant 4\}$.

3. Całka krzywoliniowa skierowana $\int\limits_{\widehat{AB}} (2ye^{2x} + 2x)dx + (e^{2x} + \sin y)dy$

   po kawałkami gładkim łuku od $A = (-1, 0)$ do $B = (1, \pi)$ nie zależy od drogi całkowania.
   Wyznaczyć tę całkę dwoma sposobami:
   a) obliczając całkę skierowaną po wybranym przez siebie łuku (zamiana na całkę oznaczoną);
   b) wykorzystując potencjał odpowiedniego pola wektorowego.

(2023)

1. (5 pkt.) Obliczyć całkę podwójną $\iint\limits_{\overline{D}} (|x + y - 1|)dxdy$,

   gdzie $\overline{D}$ jest prostokątem $[-1, 1] \times [0, 1]$.

2. (5 pkt.) Obliczyć całkę potrójną $\iiint\limits_{\overline{V}} (3z + x - y)dxdydz$,

   gdzie $\overline{V} = \{(x, y, z) : \ x + y \geqslant 0, \quad 0 \leqslant z \leqslant 2 - \sqrt{x^2 + y^2}\}$ (połowa stożka).

3. (6 pkt.) Całka krzywoliniowa skierowana $\int\limits_{\widehat{AB}} (y^2 - \sin x)dx + (2xy - 1)dy$

   po kawałkami gładkim łuku od $A = (0, \pi)$ do $B = (\pi, 2)$ nie zależy od drogi całkowania.
   Wyznaczyć tę całkę dwoma sposobami:
   a) obliczając całkę skierowaną po wybranym przez siebie łuku (zamiana na całkę oznaczoną);
   b) wykorzystując potencjał odpowiedniego pola wektorowego.

(2024)

1. Obliczyć całkę podwójną $\iint\limits_{\overline{D}} (6y - 8xy)dxdy$,

   gdzie $\overline{D} = \{(x, y) : \ x^2 + y^2 \geqslant 1, \ x \in [-1, \ 1], \ y \in [0, \ 2]\}$.

2. Obliczyć całkę potrójną $\iiint\limits_{\overline{V}} (4x + 4y - 2z) \ dxdydz$,

   gdzie $\overline{V} = \{(x, y, z) : \ 1 \leqslant x^2 + y^2 + z^2 \leqslant 9, \ z \leqslant 0, \ y \leqslant 0, \ x \geqslant 0\}$.

3. Obliczyć całkę krzywoliniową $\int\limits_{\widehat{AB}} (5xy - y^2)dx - 6xdy$ po łuku paraboli $y^2 = 2x$

   od punktu $A = (1, \sqrt{2})$ do $B = (2, -2)$.

4. Wykazać, że wartość całki $\int\limits_{\widehat{AB}} (y^2 - \sin x)dx + (2xy - 1)dy$ nie zależy od drogi całkowania

   oraz obliczyć jej wartość po dowolnym kawałkami gładkim łuku od $A = (0, \pi)$ do $B = (\pi, 2)$.