1. Sprawdzić, czy dana funkcja jest przekształceniem liniowym.
 1.1. $\varphi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, $\varphi((x, y, z)) = (z + 2y, x)$
 1.2. $\varphi : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, $\varphi((x, y)) = (y, xy, x - y)$
 1.3. $\varphi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, $\varphi((x, y, z)) = (x - 3, 0, y - z)$
 1.4. $\varphi : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, φ – symetria względem prostej o równaniu $y = x + 1$.

2. Podać macierz przekształcenia φ w bazach kanonicznych oraz wyznaczyć bazy jego jądra i obrazu.
 2.1. $\varphi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3 \quad \varphi((x, y, z)) = (2z, 3x, 2z - x)$
 2.2. $\varphi : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3 \quad \varphi((x, y, z, t)) = (x - 2y, x + 2z, x - y + z)$
 2.3. $\varphi : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^4 \quad \varphi((x, y)) = (x - 2y, 0, 4y - 2x, 0)$

3. Dla przekształcenia $\varphi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ określonego wzorem $\varphi(x, y, z) = ((2x - 3y, x - y + 2z))$
 podać macierze: $M_{\mathcal{E}_2}^{\mathcal{E}_3}(\varphi)$, $M_{\mathcal{E}_2}^{\mathcal{A}}(\varphi)$, $M_{\mathcal{B}}^{\mathcal{E}_3}(\varphi)$, $M_{\mathcal{B}}^{\mathcal{A}}(\varphi)$,
 gdzie baza $\mathcal{A} = ((1, 0, -3), (0, 1, -2), (0, 1, 3))$, $\mathcal{B} = ((3, 2), (5, 3))$.

4. Uzasadnić, że istnieje dokładnie jedno przekształcenie liniowe φ, które spełnia podane warunki.
 $\varphi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, $\varphi((0, 4, 0)) = (4, 0, -8)$, $\varphi((-1, 1, 0)) = (0, 0, 0)$, $\varphi((2, 1, 1)) = (1, 0, -2)$.
 Jaki jest rząd tego przekształcenia? Wyznaczyć $\operatorname{Im}\varphi$ oraz $\operatorname{Ker}\varphi$ podając bazy tych przestrzeni.

5. Dana jest macierz $M_{\mathcal{B}}^{\mathcal{A}}(\varphi) = \begin{bmatrix} 6 & 5 \\ 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ przekształcenia liniowego $\varphi : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$
 w bazach $\mathcal{A} = ((2, -1), (-1, 1))$, $\mathcal{B} = ((3, -1, 1), (2, 0, -3), (1, -1, 0))$.
 Wyznaczyć macierz przekształcenia φ w bazach kanonicznych i podać wzór przekształcenia φ.
 Sprawdzić, czy wektor $(1, 2)$ należy do $\operatorname{Ker}\varphi$, a wektor $(1, 0, -1)$ należy do $\operatorname{Im}\varphi$.

6. Niech $\Phi : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ będzie symetrią płaszczyzny względem prostej $y = 2x$.
 Wyznaczyć wzór tego przekształcenia $\Phi((x, y))$ oraz jego macierz w bazach kanonicznych.