

1. Wyznaczyć pierwiastki wielomianu i zaznaczyć je na płaszczyźnie zespolonej.

Określić krotności pierwiastków. Ile jest różnych pierwiastków rzeczywistych? Ile zespolonych?

1.1. $w(z) = z^{17} + z^{12} - z^7 - z^2$ 1.2. $w(z) = z^9 + 4z^6 + 4z^3$ 1.3. $w(z) = z^7 - jz$

2. Liczba $z_0 = 1 + 2j$ jest jednym z pierwiastków wielomianu $w(z) = z^4 + 2z^3 + 2z^2 + 10z + 25$.

Wyznaczyć pozostałe pierwiastki tego wielomianu.

3. Rozłożyć wielomian w na czynniki liniowe.

3.1. $w(z) = z^4 + 6z^2 + 25$ 3.2. $w(z) = z^4 - (3 + 2j)^4$ 3.3. $w(z) = (1 + j\sqrt{3})z^4 + 8$

4. Podać ogólną postać rozkładu funkcji wymiernej na ułamki proste nad \mathbb{R}

(bez wyznaczania wartości współczynników).

4.1. $\frac{2x^2 - 7x}{(x - 3)^3(x^2 + 4)^2}$ 4.2. $\frac{3x^4 - 2}{x^4 - 2x^3 + 2x - 1}$ 4.3. $\frac{5x^3}{(x^4 + 4)^2}$

5. Wyznaczyć rozkład funkcji wymiernej na ułamki proste nad \mathbb{R} .

5.1. $\frac{4x - 10}{(x - 1)(x - 2)(x - 3)}$ 5.2. $\frac{8}{x^2 - 4x + 2}$

5.3. $\frac{x^2 - 3x + 6}{x^4 - 5x^2 + 4}$ 5.4. $\frac{2x^3 + 5x^2 + 3x + 1}{x^2(x^2 + 1)^2}$

6. Podać ogólną postać rozkładu funkcji wymiernej na ułamki proste nad \mathbb{C}

(bez wyznaczania wartości współczynników).

6.1. $\frac{4z + 3j}{z^2 - 2jz + 3}$ 6.2. $\frac{z^4 + 3z - 2}{z^2(z^2 + 9)(z + 3j)^2}$ 6.3. $\frac{z^7 + z^2}{(z^4 + 4)^2}$

Jeżeli $g(z) = (z - z_1) \cdot \dots \cdot (z - z_n)$, gdzie $n \in \mathbb{N}$ oraz z_1, \dots, z_n są różnymi liczbami zespolonymi, to współczynniki rozkładu

$$\frac{f(z)}{g(z)} = \frac{a_1}{z - z_1} + \dots + \frac{a_n}{z - z_n}$$

wyrażają się wzorami $a_i = \frac{f(z_i)}{g'(z_i)}$ dla $i = 1, \dots, n$.

(Wzory na pochodne wielomianów zespolonych są takie same, jak dla wielomianów rzeczywistych.)

7. Wyznaczyć rozkład funkcji wymiernej na ułamki proste nad \mathbb{C} .

7.1. $\frac{4z^2 + 1}{z^4 - 1}$ 7.2. $\frac{z^{2020}}{z^{2021} + 1}$