1. Niech $z_1 = 3 + 2j$, $z_2 = 2 - 5j$.

Obliczyć 1.1 $z_1^2 + jz_2$, $\mathrm{Re}\,(z_1 \cdot z_2)$, 1.2 $|2\,\overline{z}_1 + \mathrm{Im}\,z_2|$, 1.3 $\dfrac{\overline{z}_2 - j|z_1 + 2j|}{z_1}$.

2. Czy podane równości zachodzą dla dowolnych $z, z_1, z_2 \in \mathbb{C}$?

2.1. $\mathrm{Im}\,(z_1 + z_2) = \mathrm{Im}\,z_1 + \mathrm{Im}\,z_2$ 2.3. $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$

2.2. $\mathrm{Re}\,(z_1 \cdot z_2) = \mathrm{Re}\,z_1 \cdot \mathrm{Re}\,z_2$ 2.4. $z - \overline{z} = 2j\,\mathrm{Im}\,z$

3. Zapisać w postaci trygonometrycznej (czyli $z = r(\cos\varphi + j\sin\varphi)$, gdzie $r = |z|$, a $\varphi \in \mathrm{Arg}(z)$) następujące liczby:

3.1 $z_1 = 8$, $z_2 = -3$, $z_3 = \pi j$,

3.2 $z_4 = 1 - j$, $z_5 = \sqrt{2}j - \sqrt{2}$,

3.3 $z_6 = 1 + j\sqrt{3}$, $z_7 = \sqrt{6} - j\sqrt{2}$.

4. Zapisać w postaci algebraicznej następujące liczby:

4.1 $z_1 = 4(\cos\pi + j\sin\pi)$, $z_2 = \sqrt{2}(\cos(\frac{3\pi}{4}) + j\sin(\frac{3\pi}{4}))$,

4.2 $z_3 = 2(\cos(-\frac{16\pi}{3}) + j\sin(-\frac{16\pi}{3}))$.

5. Zilustrować na płaszczyźnie zespolonej zbiór liczb zespolonych spełniających podany warunek.

5.1a. $1 \leqslant |z| < 3$ 5.1b. $1 \leqslant |z + 2 - j| < 3$

5.2a. $\dfrac{\pi}{4} \leqslant \arg(z) < \dfrac{5\pi}{3}$ 5.2b. $\dfrac{\pi}{4} \leqslant \arg(z - 1 + j) < \dfrac{5\pi}{3}$

5.3. $|z + j|^2 \leqslant (\overline{z} - z)j + 3$ 5.4. $\left|\dfrac{z - j}{z + 2 + j}\right| \geqslant 1$

5.5a. $|z - j| + |z + j| = 4$ 5.5b. $|z - j| + |z + j| = 2$

5.6. $|z - 1| = |2jz + 1|$ 5.7. $\mathrm{Re}\left(\dfrac{z + j}{z - j}\right) \leqslant 0$

6. Wyznaczyć argument główny oraz moduł podanych liczb (wykorzystać funkcje arc sin lub arc tg).

6.1 $z_1 = 1 + 2j$,   6.2 $z_2 = 3j - 4$,

6.3 $z_3 = 5 - 2j$,   6.4 $z_4 = -6 - 8j$.