

Imię i nazwisko:.....

1. (4p) Wyznaczyć macierz odwrotną do $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$.

2. (4p) Dana jest funkcja $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = 2 + (x - y + 1)^2$. Czy f jest bijekcją?
Narysować zbiór $f^{-1}([3, 6])$. Wyznaczyć zbiór $f(\{-1, 1\} \times [-2, 2])$.

Czy punkt $(1, 3)$ należy do zbioru $f^{-1}(\{1, 3\})$?

3. (4p) Rozwiązać układ równań
$$\begin{cases} 3y + z + 2t = -4 \\ x - y + 2z - 3t = 6 \\ x + y + 2z - t = 2 \\ 2x + 5y + 5z = 0 \end{cases}$$

4. (4 pkt) Przekształcenie liniowe $\varphi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ ma wzór $\varphi((x, y, z)) = (2x - 4z, 3x + 5y - z)$.

Zapisać macierz $M_{\mathcal{E}_2}^{\mathcal{E}_3}(\varphi)$ oraz macierz $M_{\mathcal{A}}^{\mathcal{E}_3}(\varphi)$, gdzie baza $\mathcal{A} = ((1, -2), (1, -1))$.

Wyznaczyć wymiar przestrzeni $\text{Ker}\varphi$. Czy wektor $(12, 7, 6)$ należy do $\text{Ker}\varphi$?