MATEMATYKA KONKRETNA 1 $\qquad Z_{10}$

1. Rozwiązać układy równań: $\begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ 2y + z = -4 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$ oraz $\begin{cases} x + 2y + 3z = 3 \\ 2y + z = 4 \\ x + y + z = 5 \end{cases}$

Przeanalizować koszt (pracochłonność) różnych metod, wybrać najmniej kosztowną.

2. Rozwiązać układy równań

a) $\begin{cases} 3y - 3z = 6 \\ 2x - 3y + z = -4 \\ x - 2y + z = -3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 4x - 5y + 3z - 3t = 0 \\ x - 2y + z + t = 0 \\ 2x - 3y + z - 5t = 0 \\ x - 3y - z - 13t = 0 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 + 4x_4 + 2x_5 = 1 \\ -x_1 - 3x_2 - x_3 - 8x_4 + 6x_5 = 3 \\ 2x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 7x_4 + 8x_5 = 2 \end{cases}$

3. Określić liczbę rozwiązań układu równań w zależności od parametru $a \in \mathbb{R}$.

a) $\begin{cases} ax + (a+2)y + 2(a-1)z = 0 \\ x + ay + (3-a)z = a + 1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + (a-1)y + az = 2a \\ 2x + y = 1 \\ ax - y + (a+2)z = 4 + a \end{cases}$

c) $\begin{cases} (a-1)x + (a+3)y = 4 \\ x + ay = 2a \\ 2x + (3a+1)y = 4a \end{cases}$ d) $\begin{cases} ay + 6z - at = a + 2 \\ (3-a)x + (a-2)y + (a-1)z - t = 1 \\ -4x + 2y + 2t = a - 3 \end{cases}$

4. Znaleźć wielomian $w \in \mathbb{R}_3[x]$, dla którego zachodzi:
$w(-2) = -4,\ w(-1) = -1,\ w(1) = -1,\ w(2) = 8.$

5. Czy wektor $(1, 2, 3)$ jest kombinacją liniową wektorów $(2, 3, 4),\ (7, 8, 0),\ (3, 2, -8)$?

6. Do wyznaczania pola wielokąta na płaszczyźnie o wierzchołkach w punktach kratowych (o współrzędnych całkowitych) można stosować wzór:

$$S = \alpha W + \beta B + \gamma,$$

gdzie W oznacza liczbę punktów kratowych wewnątrz wielokąta, B liczbę punktów kratowych na brzegu (wierzchołki i na bokach), natomiast α, β, γ są rzeczywistymi współczynnikami. Znaleźć te współczynniki.