MATEMATYKA KONKRETNA 1 $\qquad Z_6$

1. Zbadać, które spośród własności podanych na wykładzie ma relacja R:

   (a) $R \subseteq \mathbb{N}^2, \ \ x\,R\,y \Leftrightarrow (x|y \vee y|x)$;

   (b) $R \subseteq \mathbb{N}^2, \ \ x\,R\,y \Leftrightarrow (x|y \wedge y \neq x)$;

   (c) $R \subseteq \mathbb{R}^2, \ \ x\,R\,y \Leftrightarrow x^2 \neq y^2$;

   (d) $R \subseteq \mathbb{Z}^2, \ \ x\,R\,y \Leftrightarrow |x| + |y| = 3$;

   (e) $R \subseteq \mathbb{C}^2, \ \ x\,R\,y \Leftrightarrow \mathrm{Re}\,x \leqslant \mathrm{Re}\,y$

2. Zbadać, czy relacja ϱ jest relacją równoważności w zbiorze X. Jeżeli tak, to wyznaczyć dwie różne klasy abstrakcji tej relacji.

   (a) $X = \mathbb{Z}, \ \ m\,\varrho\,n \Leftrightarrow m^2 \leqslant n^2$;

   (b) $X = \mathbb{Z}, \ \ m\,\varrho\,n \Leftrightarrow \max\{3, m\} = \max\{3, n\}$;

   (c) $X = \mathbb{Z}, \ \ k\,\varrho\,m \Leftrightarrow 3|km$;

   (d) $X = \mathbb{Z}, \ \ k\,\varrho\,m \Leftrightarrow 4|(k^3 - m^3)$;

   (e) $X = 2^{\mathbb{N}} \setminus \{\emptyset\}, \ \ A\,\varrho\,B \Leftrightarrow A \cap B \neq \emptyset$;

   (f) $X = 2^Y$ (zbiór Y ma co najmniej 2 elementy), $A\,\varrho\,B \Leftrightarrow A \subseteq B \vee B \subseteq A$;

   (g) $X = \mathbb{R}, \ \ x\,\varrho\,y \Leftrightarrow x - y \in \mathbb{Q}$;

   (h) $X = \mathbb{R}, \ \ x\,\varrho\,y \Leftrightarrow x - y = [x] - [y]$.

   (i) $X = \mathbb{C}, \ \ x\,\varrho\,y \Leftrightarrow \mathrm{Re}x = \mathrm{Re}y$;

   (j) $X = \mathbb{C}, \ \ x\,\varrho\,y \Leftrightarrow x - y \in \mathbb{Z}$;

   (k) $X = \mathbb{C}, \ \ x\,\varrho\,y \Leftrightarrow x^4 = y^4$;

3. Na zbiorze $X = [-5, 5]$, określamy relację ρ: $x\rho y \Leftrightarrow |x+2| = |y+2|$
   Sprawdzić, że jest ona relacją równoważności i podać przykłady jednoelementowych i dwuelementowych klas abstrakcji.

4. Na zbiorze $A = \{k \in \mathbb{Z} : \ -44 \leqslant k \leqslant 44\}$ określamy relację R:

$$mR\,n \Leftrightarrow \sin(\frac{m\pi}{6}) = \sin(\frac{n\pi}{6})$$

   Sprawdzić, że jest ona relacją równoważności i podać liczbę jej klas abstrakcji.