Co oznaczają pojęcia:

większy, maksymalny, największy?

O różnych sposobach porządkowania zbiorów.

Porównywanie obiektów - używane określenia

Porównywanie obiektów - używane określenia

większy, lepszy, mocniejszy, późniejszy, bardziej jakiś

Porównywanie obiektów - używane określenia

większy, lepszy, mocniejszy, późniejszy, bardziej jakiś

mniejszy, gorszy, słabszy, wcześniejszy, mniej jakiś

Porównywanie obiektów - używane określenia

większy, lepszy, mocniejszy, późniejszy, bardziej jakiś

mniejszy, gorszy, słabszy, wcześniejszy, mniej jakiś

największy, najlepszy, najmocniejszy, najbardziej jakiś

Porównywanie obiektów - używane określenia

większy, lepszy, mocniejszy, późniejszy, bardziej jakiś

mniejszy, gorszy, słabszy, wcześniejszy, mniej jakiś

największy, najlepszy, najmocniejszy, najbardziej jakiś

najmniejszy, najgorszy, najsłabszy, najmniej jakiś

Porównywanie obiektów - używane określenia

większy, lepszy, mocniejszy, późniejszy, bardziej jakiś

mniejszy, gorszy, słabszy, wcześniejszy, mniej jakiś

największy, najlepszy, najmocniejszy, najbardziej jakiś

najmniejszy, najgorszy, najsłabszy, najmniej jakiś

maksymalny – nie ma większego, lepszego,
nie może być nic bardziej

Porównywanie obiektów - używane określenia

większy, lepszy, mocniejszy, późniejszy, bardziej jakiś

mniejszy, gorszy, słabszy, wcześniejszy, mniej jakiś

największy, najlepszy, najmocniejszy, najbardziej jakiś

najmniejszy, najgorszy, najsłabszy, najmniej jakiś

maksymalny – nie ma większego, lepszego,
nie może być nic bardziej

minimalny – nie ma mniejszego, gorszego, słabszego,
nie może być nic mniej

Porównywanie liczb - własności relacji $\leqslant$

Porównywanie liczb - własności relacji $\leqslant$

Dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y, z zachodzi

Porównywanie liczb - własności relacji $\leqslant$

Dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y, z zachodzi

1. $x \leqslant x$ zwrotność

Porównywanie liczb - własności relacji $\leqslant$

Dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y, z zachodzi

1. $x \leqslant x$ zwrotność
2. jeśli $x \leqslant y$ *i* $y \leqslant x$, *to* $x = y$ antysymetryczność

Porównywanie liczb - własności relacji $\leqslant$

Dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y, z zachodzi

1. $x \leqslant x$ zwrotność
2. jeśli $x \leqslant y$ i $y \leqslant x$, to $x = y$ antysymetryczność
3. jeśli $x \leqslant y$ i $y \leqslant z$, to $x \leqslant z$ przechodniość

Porównywanie liczb - własności relacji $\leqslant$

Dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y, z zachodzi

1. $x \leqslant x$ zwrotność
2. jeśli $x \leqslant y$ *i* $y \leqslant x$, *to* $x = y$ antysymetryczność
3. jeśli $x \leqslant y$ *i* $y \leqslant z$, *to* $x \leqslant z$ przechodniość

oraz

- $x \leqslant y$ *lub* $y \leqslant x$ spójność

Porównywanie liczb - własności relacji $\leqslant$

Dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y, z zachodzi

1. $x \leqslant x$ zwrotność
2. jeśli $x \leqslant y$ i $y \leqslant x$, to $x = y$ antysymetryczność
3. jeśli $x \leqslant y$ i $y \leqslant z$, to $x \leqslant z$ przechodniość

oraz

- $x \leqslant y$ lub $y \leqslant x$ spójność

Relacja częściowego porządku

Porównywanie liczb - własności relacji $\leqslant$

Dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y, z zachodzi

1. $x \leqslant x$ zwrotność
2. jeśli $x \leqslant y$ *i* $y \leqslant x$, *to* $x = y$ antysymetryczność
3. jeśli $x \leqslant y$ *i* $y \leqslant z$, *to* $x \leqslant z$ przechodniość

oraz

- $x \leqslant y$ *lub* $y \leqslant x$ spójność

Relacja częściowego porządku

Relacja $\preceq$ w zbiorze X jest relacją częściowego porządku, jeśli jest zwrotna, antysymetryczna i przechodnia.

Porównywanie liczb - własności relacji $\leqslant$

Dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y, z zachodzi

1. $x \leqslant x$ zwrotność
2. jeśli $x \leqslant y$ *i* $y \leqslant x$, *to* $x = y$ antysymetryczność
3. jeśli $x \leqslant y$ *i* $y \leqslant z$, *to* $x \leqslant z$ przechodniość

oraz

- $x \leqslant y$ *lub* $y \leqslant x$ spójność

Relacja częściowego porządku

Relacja $\preceq$ w zbiorze X jest relacją częściowego porządku, jeśli jest zwrotna, antysymetryczna i przechodnia.
Jeśli dodatkowo relacja jest spójna, to porządek jest liniowy.

Porównywanie liczb - własności relacji $\leqslant$

Dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y, z zachodzi

1. $x \leqslant x$ zwrotność
2. jeśli $x \leqslant y$ *i* $y \leqslant x$, *to* $x = y$ antysymetryczność
3. jeśli $x \leqslant y$ *i* $y \leqslant z$, *to* $x \leqslant z$ przechodniość

oraz

- $x \leqslant y$ *lub* $y \leqslant x$ spójność

Relacja częściowego porządku

Relacja $\preceq$ w zbiorze X jest relacją częściowego porządku, jeśli jest zwrotna, antysymetryczna i przechodnia.
Jeśli dodatkowo relacja jest spójna, to porządek jest liniowy.
$(X, \preceq)$ - zbiór uporządkowany.

Przykład 1. $(X, \subseteq)$ - zawieranie zbiorów

X – rodzina zbiorów, $\quad A \preceq B \Leftrightarrow A \subseteq B$

Przykład 1. $(X, \subseteq)$ - zawieranie zbiorów

X – rodzina zbiorów, $\quad A \preceq B \Leftrightarrow A \subseteq B$

Dla dowolnych zbiorów A, B, C zachodzi:

Przykład 1. $(X, \subseteq)$ - zawieranie zbiorów

X – rodzina zbiorów, $\quad A \preceq B \Leftrightarrow A \subseteq B$

Dla dowolnych zbiorów A, B, C zachodzi:

1. $A \subseteq A$ zwrotność

Przykład 1. $(X, \subseteq)$ - zawieranie zbiorów

X – rodzina zbiorów, $\quad A \preceq B \Leftrightarrow A \subseteq B$

Dla dowolnych zbiorów A, B, C zachodzi:

1. $A \subseteq A$ zwrotność
2. jeśli $A \subseteq B$ *i* $B \subseteq A$, *to* $A = B$ antysymetryczność

Przykład 1. $(X, \subseteq)$ - zawieranie zbiorów

X – rodzina zbiorów, $\quad A \preceq B \Leftrightarrow A \subseteq B$

Dla dowolnych zbiorów A, B, C zachodzi:

1. $A \subseteq A$ zwrotność
2. jeśli $A \subseteq B$ *i* $B \subseteq A$, *to* $A = B$ antysymetryczność
3. jeśli $A \subseteq B$ *i* $B \subseteq C$, *to* $A \subseteq C$ przechodniość

Przykład 1. $(X, \subseteq)$ - zawieranie zbiorów

X – rodzina zbiorów, $\quad A \preceq B \Leftrightarrow A \subseteq B$

Dla dowolnych zbiorów A, B, C zachodzi:

1. $A \subseteq A$ zwrotność
2. jeśli $A \subseteq B$ i $B \subseteq A$, to $A = B$ antysymetryczność
3. jeśli $A \subseteq B$ i $B \subseteq C$, to $A \subseteq C$ przechodniość

Uwaga: Relacja $\subseteq$ nie daje porządku liniowego:
nie musi być ani $A \subseteq B$, ani $B \subseteq A$.

Przykład 1. $(X, \subseteq)$ - zawieranie zbiorów

X – rodzina zbiorów, $A \preceq B \Leftrightarrow A \subseteq B$

Dla dowolnych zbiorów A, B, C zachodzi:

1. $A \subseteq A$ zwrotność
2. jeśli $A \subseteq B$ *i* $B \subseteq A$, *to* $A = B$ antysymetryczność
3. jeśli $A \subseteq B$ *i* $B \subseteq C$, *to* $A \subseteq C$ przechodniość

Uwaga: Relacja $\subseteq$ nie daje porządku liniowego:
nie musi być ani $A \subseteq B$, ani $B \subseteq A$.
Na przykład $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 3\}$.

Przykład 2. $(\mathbb{N}, |)$ - podzielność liczb

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \ldots\}$ – zbiór liczb naturalnych,

$k|l \Leftrightarrow k$ jest dzielnikiem liczby l

Przykład 2. $(\mathbb{N}, |)$ - podzielność liczb

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \ldots\}$ – zbiór liczb naturalnych,

$k|l \Leftrightarrow k$ jest dzielnikiem liczby l

Dla dowolnych liczb naturalnych k, l, n zachodzi:

Przykład 2. $(\mathbb{N}, |)$ - podzielność liczb

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \ldots\}$ – zbiór liczb naturalnych,

$k|l \Leftrightarrow k$ jest dzielnikiem liczby l

Dla dowolnych liczb naturalnych k, l, n zachodzi:

1. $k|k$ zwrotność

Przykład 2. $(\mathbb{N}, |)$ - podzielność liczb

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \ldots\}$ – zbiór liczb naturalnych,

$k|l \Leftrightarrow k$ jest dzielnikiem liczby l

Dla dowolnych liczb naturalnych k, l, n zachodzi:

1. $k|k$ zwrotność
2. jeśli $k|l$ *i* $l|k$, *to* $k = l$ antysymetryczność

Przykład 2. $(\mathbb{N}, |)$ - podzielność liczb

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \ldots\}$ – zbiór liczb naturalnych,

$k|l \Leftrightarrow k$ jest dzielnikiem liczby l

Dla dowolnych liczb naturalnych k, l, n zachodzi:

1. $k|k$ zwrotność
2. jeśli $k|l$ i $l|k$, to $k = l$ antysymetryczność
3. jeśli $k|l$ i $l|n$, to $k|n$ przechodniość

Przykład 2. $(\mathbb{N}, |)$ - podzielność liczb

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \ldots\}$ – zbiór liczb naturalnych,

$k|l \Leftrightarrow k$ jest dzielnikiem liczby l

Dla dowolnych liczb naturalnych k, l, n zachodzi:

1. $k|k$ zwrotność
2. jeśli $k|l$ *i* $l|k$, *to* $k = l$ antysymetryczność
3. jeśli $k|l$ *i* $l|n$, *to* $k|n$ przechodniość

Uwaga: Relacja podzielności liczb nie jest spójna:
z dwóch liczb żadna nie musi być dzielnikiem drugiej.

Oznaczenia

Niech $(X, \preceq)$ - zbiór uporządkowany, x, y- elementy zbioru X.

Oznaczenia

Niech $(X, \preceq)$ - zbiór uporządkowany, x, y- elementy zbioru X.

- $x \succeq y \;\Leftrightarrow\; y \preceq x$

Oznaczenia

Niech $(X, \preceq)$ - zbiór uporządkowany, x, y- elementy zbioru X.

- $x \succeq y \;\Leftrightarrow\; y \preceq x$
- $x \prec y \;\Leftrightarrow\; x \preceq y$ i $x \neq y$.
  Czytamy: x mniejszy niż y, x wcześniejszy niż y.

Oznaczenia

Niech $(X, \preceq)$ - zbiór uporządkowany, x, y- elementy zbioru X.

- $x \succeq y \quad \Leftrightarrow \quad y \preceq x$
- $x \prec y \quad \Leftrightarrow \quad x \preceq y$ i $x \neq y$.
  Czytamy: x mniejszy niż y, x wcześniejszy niż y.

Interpretacja graficzna

Jeśli X jest zbiorem skończonym, to porządek można przedstawić za pomocą diagramu Hassego.
Jest to graf skierowany, którego wierzchołki to elementy zbioru X, a krawędzie (strzałki) idą w górę od x do y, gdy $x \prec y$ i nie istnieje z takie, że $x \prec z \; i \; z \prec y$.

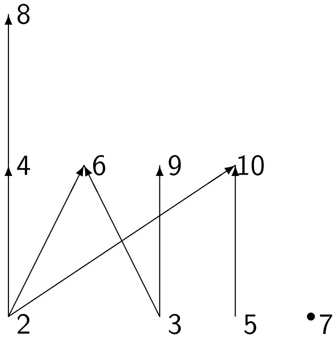
Przykłady diagramów z relacją podzielności

Przykłady diagramów z relacją podzielności

$(\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}, |)$

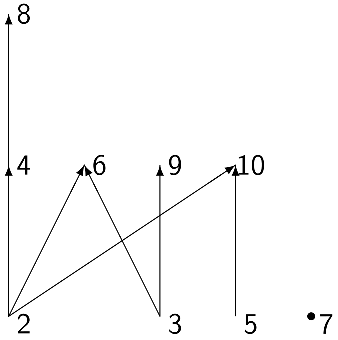
Przykłady diagramów z relacją podzielności

$(\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}, |)$



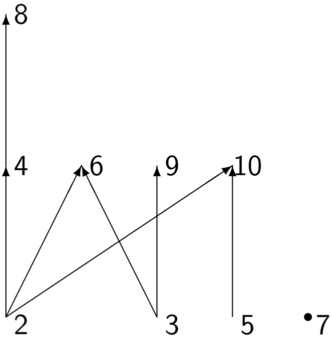
Przykłady diagramów z relacją podzielności

$(\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}, |)$ $(\#12, |)$

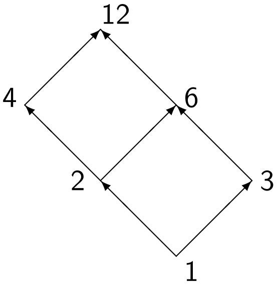


Przykłady diagramów z relacją podzielności

$(\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}, |)$



$(\#12, |)$



Przykłady diagramów z relacją zawierania

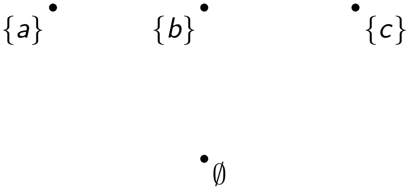
$(2^{\{a,b,c\}}, \subseteq)$ – rodzina podzbiorów zbioru $\{a, b, c\}$ uporządkowana przez relację zawierania

Przykłady diagramów z relacją zawierania

$(2^{\{a,b,c\}}, \subseteq)$ – rodzina podzbiorów zbioru $\{a, b, c\}$ uporządkowana przez relację zawierania

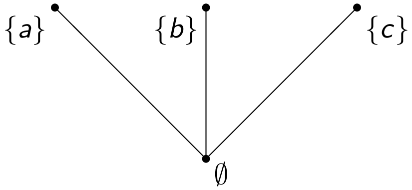
Przykłady diagramów z relacją zawierania

$(2^{\{a,b,c\}}, \subseteq)$ – rodzina podzbiorów zbioru $\{a, b, c\}$ uporządkowana przez relację zawierania



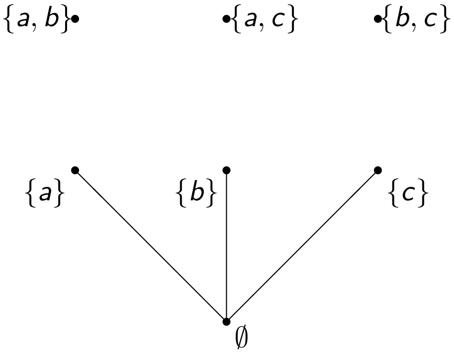
Przykłady diagramów z relacją zawierania

$(2^{\{a,b,c\}}, \subseteq)$ – rodzina podzbiorów zbioru $\{a, b, c\}$ uporządkowana przez relację zawierania



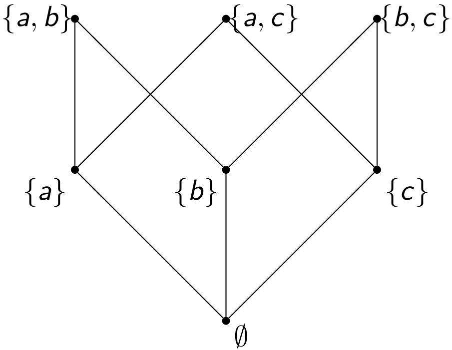
Przykłady diagramów z relacją zawierania

$(2^{\{a,b,c\}}, \subseteq)$ – rodzina podzbiorów zbioru $\{a, b, c\}$ uporządkowana przez relację zawierania



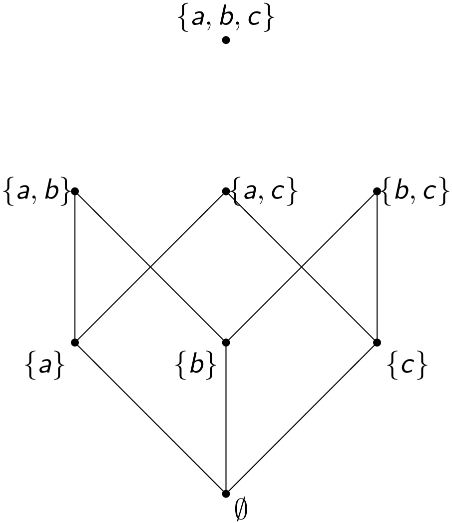
Przykłady diagramów z relacją zawierania

$(2^{\{a,b,c\}}, \subseteq)$ – rodzina podzbiorów zbioru $\{a, b, c\}$ uporządkowana przez relację zawierania



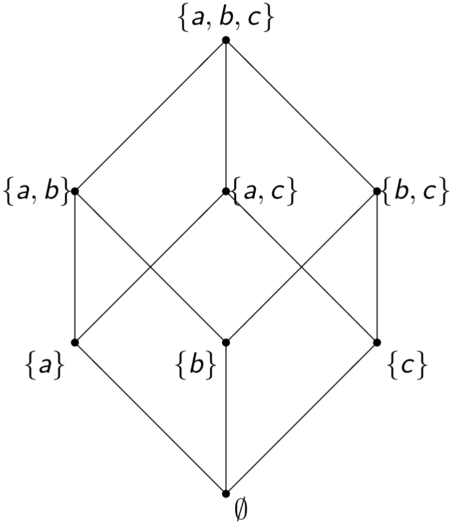
Przykłady diagramów z relacją zawierania

$(2^{\{a,b,c\}}, \subseteq)$ – rodzina podzbiorów zbioru $\{a, b, c\}$ uporządkowana przez relację zawierania



Przykłady diagramów z relacją zawierania

$(2^{\{a,b,c\}}, \subseteq)$ – rodzina podzbiorów zbioru $\{a, b, c\}$ uporządkowana przez relację zawierania



Elementy wyróżnione

Elementy wyróżnione

Niech $(X, \preceq)$ – zbiór uporządkowany.
Mówimy, że $x_0 \in X$ jest elementem

Elementy wyróżnione

Niech $(X, \preceq)$ – zbiór uporządkowany.
Mówimy, że $x_0 \in X$ jest elementem

- minimalnym, jeśli nie ma w X elementów mniejszych

Elementy wyróżnione

Niech $(X, \preceq)$ – zbiór uporządkowany.
Mówimy, że $x_0 \in X$ jest elementem

- minimalnym, jeśli nie ma w X elementów mniejszych
- najmniejszym, jeśli jest mniejszy od pozostałych elementów X

Elementy wyróżnione

Niech $(X, \preceq)$ – zbiór uporządkowany.
Mówimy, że $x_0 \in X$ jest elementem

- minimalnym, jeśli nie ma w X elementów mniejszych
- najmniejszym, jeśli jest mniejszy od pozostałych elementów X
- maksymalnym, jeśli nie ma w X elementów większych

Elementy wyróżnione

Niech $(X, \preceq)$ – zbiór uporządkowany.
Mówimy, że $x_0 \in X$ jest elementem

- minimalnym, jeśli nie ma w X elementów mniejszych
- najmniejszym, jeśli jest mniejszy od pozostałych elementów X
- maksymalnym, jeśli nie ma w X elementów większych
- największym, jeśli jest większy od pozostałych elementów X

Elementy wyróżnione

Niech $(X, \preceq)$ – zbiór uporządkowany.
Mówimy, że $x_0 \in X$ jest elementem

- minimalnym, jeśli nie ma w X elementów mniejszych
- najmniejszym, jeśli jest mniejszy od pozostałych elementów X
- maksymalnym, jeśli nie ma w X elementów większych
- największym, jeśli jest większy od pozostałych elementów X

Przykłady:

Elementy wyróżnione

Niech $(X, \preceq)$ – zbiór uporządkowany.
Mówimy, że $x_0 \in X$ jest elementem

- minimalnym, jeśli nie ma w X elementów mniejszych
- najmniejszym, jeśli jest mniejszy od pozostałych elementów X
- maksymalnym, jeśli nie ma w X elementów większych
- największym, jeśli jest większy od pozostałych elementów X

Przykłady:
$(\mathbb{R}, \leqslant)$

Elementy wyróżnione

Niech $(X, \preceq)$ – zbiór uporządkowany.
Mówimy, że $x_0 \in X$ jest elementem

- minimalnym, jeśli nie ma w X elementów mniejszych
- najmniejszym, jeśli jest mniejszy od pozostałych elementów X
- maksymalnym, jeśli nie ma w X elementów większych
- największym, jeśli jest większy od pozostałych elementów X

Przykłady:
$(\mathbb{R}, \leqslant)$ – brak elementów wyróżnionych

Elementy wyróżnione

Niech $(X, \preceq)$ – zbiór uporządkowany.
Mówimy, że $x_0 \in X$ jest elementem

- minimalnym, jeśli nie ma w X elementów mniejszych
- najmniejszym, jeśli jest mniejszy od pozostałych elementów X
- maksymalnym, jeśli nie ma w X elementów większych
- największym, jeśli jest większy od pozostałych elementów X

Przykłady:
$(\mathbb{R}, \leqslant)$ – brak elementów wyróżnionych
$(\mathbb{N}, \leqslant)$

Elementy wyróżnione

Niech $(X, \preceq)$ – zbiór uporządkowany.
Mówimy, że $x_0 \in X$ jest elementem

- minimalnym, jeśli nie ma w X elementów mniejszych
- najmniejszym, jeśli jest mniejszy od pozostałych elementów X
- maksymalnym, jeśli nie ma w X elementów większych
- największym, jeśli jest większy od pozostałych elementów X

Przykłady:
$(\mathbb{R}, \leqslant)$ – brak elementów wyróżnionych
$(\mathbb{N}, \leqslant)$ – element najmniejszy to 1 (jedyny minimalny),
nie ma największego ani maksymalnych

Elementy wyróżnione

Niech $(X, \preceq)$ – zbiór uporządkowany.
Mówimy, że $x_0 \in X$ jest elementem

- minimalnym, jeśli nie ma w X elementów mniejszych
- najmniejszym, jeśli jest mniejszy od pozostałych elementów X
- maksymalnym, jeśli nie ma w X elementów większych
- największym, jeśli jest większy od pozostałych elementów X

Przykłady:
$(\mathbb{R}, \leqslant)$ – brak elementów wyróżnionych
$(\mathbb{N}, \leqslant)$ – element najmniejszy to 1 (jedyny minimalny),
nie ma największego ani maksymalnych
Przedział $(0; 1]$

Elementy wyróżnione

Niech $(X, \preceq)$ – zbiór uporządkowany.
Mówimy, że $x_0 \in X$ jest elementem

- minimalnym, jeśli nie ma w X elementów mniejszych
- najmniejszym, jeśli jest mniejszy od pozostałych elementów X
- maksymalnym, jeśli nie ma w X elementów większych
- największym, jeśli jest większy od pozostałych elementów X

Przykłady:
$(\mathbb{R}, \leqslant)$ – brak elementów wyróżnionych
$(\mathbb{N}, \leqslant)$ – element najmniejszy to 1 (jedyny minimalny),
nie ma największego ani maksymalnych
Przedział $(0; 1]$ – element największy to 1 (jedyny maksymalny),
nie ma najmniejszego ani minimalnych

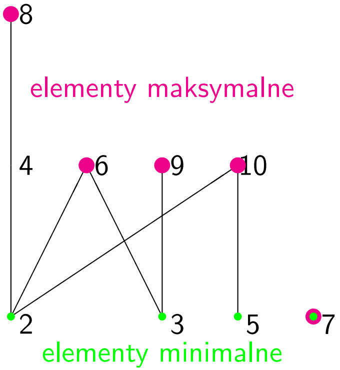
Elementy wyróżnione – przykłady

Elementy wyróżnione – przykłady

$(\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}, |)$

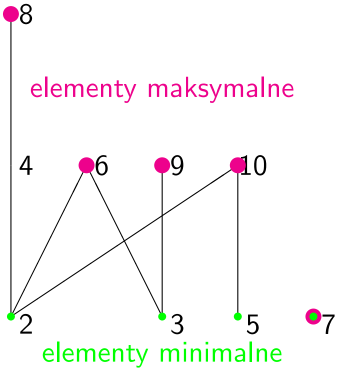
Elementy wyróżnione – przykłady

$(\{2,3,4,5,6,7,8,9,10\}, |)$



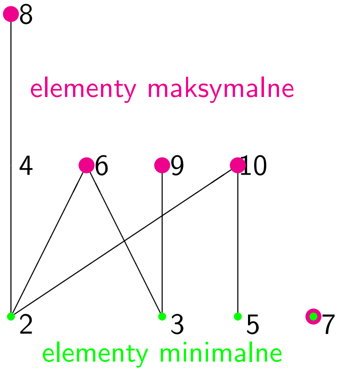
Elementy wyróżnione – przykłady

$(\{2,3,4,5,6,7,8,9,10\}, |)$ $(\#12, |)$

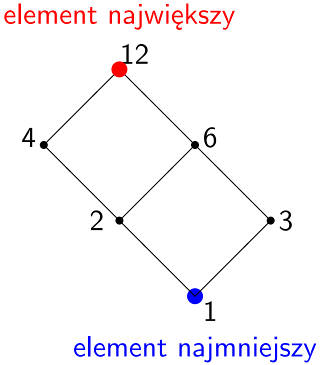


Elementy wyróżnione – przykłady

$(\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}, |)$



$(\#12, |)$



Porządek w produkcie zbiorów $X \times Y$ – problem

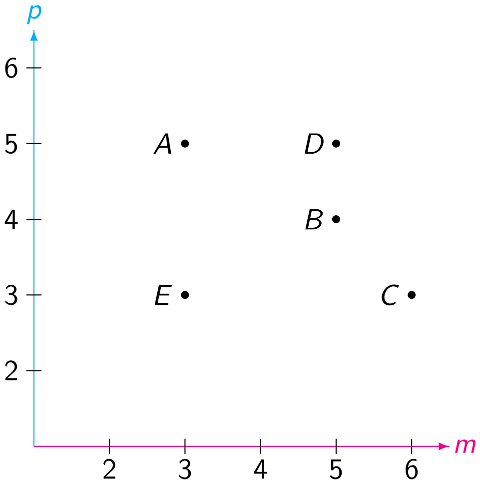
Porządek w produkcie zbiorów $X \times Y$ – problem

Pięć osób porównuje oceny wystawione z matematyki i j. polskiego.
Porównujemy pary (m, p).
A–$(3, 5)$ B–$(5, 4)$ C–$(6, 3)$ D–$(5, 5)$ E–$(3, 3)$

Porządek w produkcie zbiorów $X \times Y$ – problem

Pięć osób porównuje oceny wystawione z matematyki i j. polskiego. Porównujemy pary (m, p).

A–$(3, 5)$ B–$(5, 4)$ C–$(6, 3)$ D–$(5, 5)$ E–$(3, 3)$



Kto najlepszy?

Kto najsłabszy?

Sposób I – obie zmienne jednakowo istotne

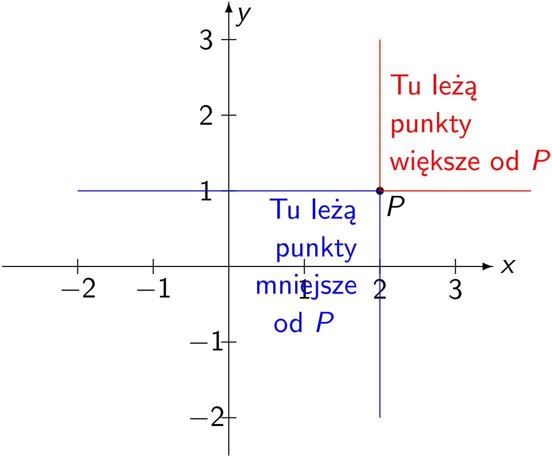
Porządek produktowy $\leqslant_P$ na płaszczyźnie

$(x_1, y_1) \leqslant_P (x_2, y_2) \Leftrightarrow x_1 \leqslant x_2 \; i \; y_1 \leqslant y_2$

Sposób I – obie zmienne jednakowo istotne

Porządek produktowy $\leqslant_P$ na płaszczyźnie

$(x_1, y_1) \leqslant_P (x_2, y_2) \Leftrightarrow x_1 \leqslant x_2$ i $y_1 \leqslant y_2$



Sposób I – obie zmienne jednakowo istotne

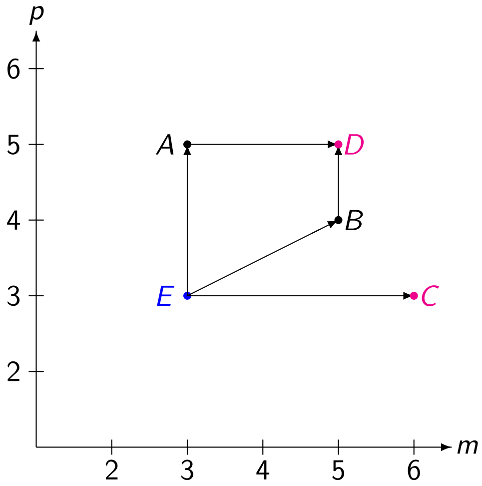
Porządek produktowy $\leqslant_P$ na płaszczyźnie

$(x_1, y_1) \leqslant_P (x_2, y_2) \Leftrightarrow x_1 \leqslant x_2 \ i \ y_1 \leqslant y_2$

Sposób I – obie zmienne jednakowo istotne

Porządek produktowy $\leqslant_P$ na płaszczyźnie

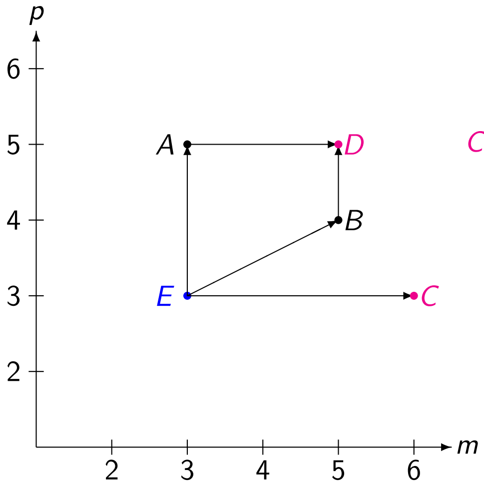
$(x_1, y_1) \leqslant_P (x_2, y_2) \Leftrightarrow x_1 \leqslant x_2$ *i* $y_1 \leqslant y_2$



Sposób I – obie zmienne jednakowo istotne

Porządek produktowy $\leqslant_P$ na płaszczyźnie

$(x_1, y_1) \leqslant_P (x_2, y_2) \Leftrightarrow x_1 \leqslant x_2 \ i \ y_1 \leqslant y_2$



C, D – maksymalne

E – najmniejszy

nie ma największego

Sposób II – pierwsza zmienna ważniejsza

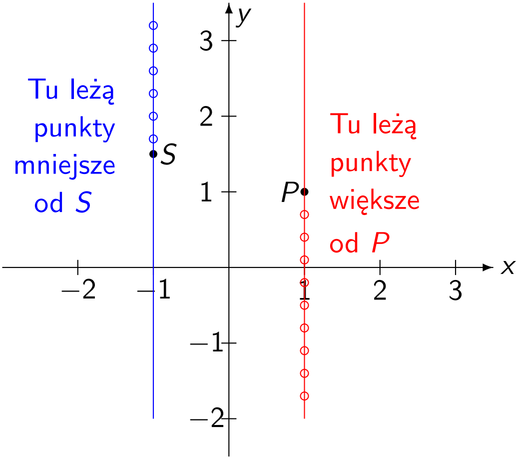
Porządek leksykograficzny $\leqslant_L$ na płaszczyźnie

$$(x_1, y_1) \leqslant_L (x_2, y_2) \Leftrightarrow [x_1 < x_2 \textit{ lub } (x_1 = x_2 \textit{ i } y_1 \leqslant y_2)]$$

Sposób II – pierwsza zmienna ważniejsza

Porządek leksykograficzny $\leqslant_L$ na płaszczyźnie

$(x_1, y_1) \leqslant_L (x_2, y_2) \Leftrightarrow [x_1 < x_2 \ lub \ (x_1 = x_2 \ i \ y_1 \leqslant y_2)]$



Sposób II – pierwsza zmienna ważniejsza

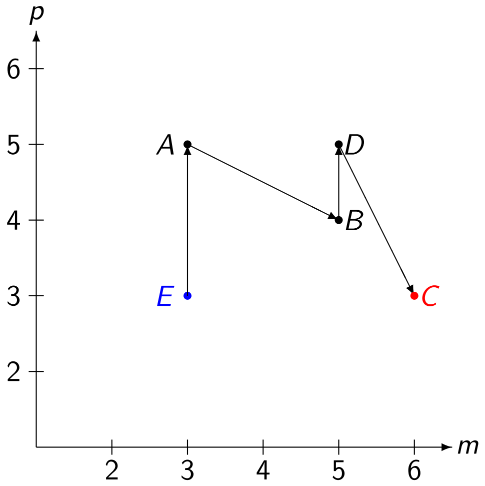
Porządek leksykograficzny $\leqslant_L$ na płaszczyźnie

$$(x_1, y_1) \leqslant_L (x_2, y_2) \Leftrightarrow [x_1 < x_2 \ lub \ (x_1 = x_2 \ i \ y_1 \leqslant y_2)]$$

Sposób II – pierwsza zmienna ważniejsza

Porządek leksykograficzny $\leqslant_L$ na płaszczyźnie

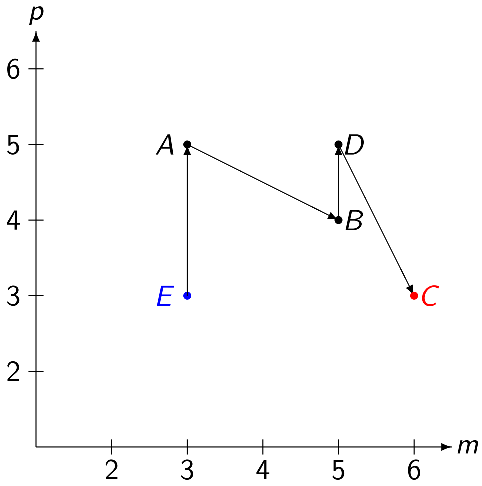
$(x_1, y_1) \leqslant_L (x_2, y_2) \Leftrightarrow [x_1 < x_2 \; lub \; (x_1 = x_2 \; i \; y_1 \leqslant y_2)]$



Sposób II – pierwsza zmienna ważniejsza

Porządek leksykograficzny $\leqslant_L$ na płaszczyźnie

$(x_1, y_1) \leqslant_L (x_2, y_2) \Leftrightarrow [x_1 < x_2 \text{ } lub \text{ } (x_1 = x_2 \text{ } i \text{ } y_1 \leqslant y_2)]$



C – największy

E – najmniejszy

Kresy zbiorów

Kresy zbiorów

Niech $(X, \preceq)$ – zbiór uporządkowany. $A \subseteq X$
Mówimy, że $a \in X$ jest:

Kresy zbiorów

Niech $(X, \preceq)$ – zbiór uporządkowany. $A \subseteq X$

Mówimy, że $a \in X$ jest:

- ograniczeniem dolnym zbioru A,
  jeśli $a \preceq x$ dla wszystkich $x \in A$

Kresy zbiorów

Niech $(X, \preceq)$ – zbiór uporządkowany. $A \subseteq X$
Mówimy, że $a \in X$ jest:

- ograniczeniem dolnym zbioru A,
  jeśli $a \preceq x$ dla wszystkich $x \in A$
- kresem dolnym zbioru A, jeśli jest największym ograniczeniem dolnym zbioru A, (piszemy $a = \inf A$)

Kresy zbiorów

Niech $(X, \preceq)$ – zbiór uporządkowany. $A \subseteq X$
Mówimy, że $a \in X$ jest:

- ograniczeniem dolnym zbioru A,
  jeśli $a \preceq x$ dla wszystkich $x \in A$
- kresem dolnym zbioru A, jeśli jest największym ograniczeniem dolnym zbioru A, (piszemy $a = \inf A$)

Przykład 1. $(\mathbb{R}, \leqslant)$, $A = [0, 1)$

Kresy zbiorów

Niech $(X, \preceq)$ – zbiór uporządkowany. $A \subseteq X$
Mówimy, że $a \in X$ jest:

- ograniczeniem dolnym zbioru A,
  jeśli $a \preceq x$ dla wszystkich $x \in A$
- kresem dolnym zbioru A, jeśli jest największym ograniczeniem dolnym zbioru A, (piszemy $a = \inf A$)

Przykład 1. $(\mathbb{R}, \leqslant)$, $A = [0, 1)$
ograniczenia dolne np. $-77, -1, 0$, wszystkie $x \in (-\infty, 0]$

Kresy zbiorów

Niech $(X, \preceq)$ – zbiór uporządkowany. $A \subseteq X$
Mówimy, że $a \in X$ jest:

- ograniczeniem dolnym zbioru A,
  jeśli $a \preceq x$ dla wszystkich $x \in A$
- kresem dolnym zbioru A, jeśli jest największym ograniczeniem dolnym zbioru A, (piszemy $a = \inf A$)

Przykład 1. $(\mathbb{R}, \leqslant)$, $A = [0, 1)$
ograniczenia dolne np. $-77, -1, 0$, wszystkie $x \in (-\infty, 0]$
$\inf A = 0$

Kresy zbiorów

Niech $(X, \preceq)$ – zbiór uporządkowany. $A \subseteq X$
Mówimy, że $a \in X$ jest:

- ograniczeniem dolnym zbioru A, jeśli $a \preceq x$ dla wszystkich $x \in A$
- kresem dolnym zbioru A, jeśli jest największym ograniczeniem dolnym zbioru A, (piszemy $a = \inf A$)

Przykład 1. $(\mathbb{R}, \leqslant)$, $A = [0, 1)$
ograniczenia dolne np. $-77, -1, 0$, wszystkie $x \in (-\infty, 0]$
$\inf A = 0$

Przykład 2. $(\mathbb{N}, |)$, $A = \{9, 15, 30\}$

Kresy zbiorów

Niech $(X, \preceq)$ – zbiór uporządkowany. $A \subseteq X$
Mówimy, że $a \in X$ jest:

- ograniczeniem dolnym zbioru A,
  jeśli $a \preceq x$ dla wszystkich $x \in A$
- kresem dolnym zbioru A, jeśli jest największym ograniczeniem dolnym zbioru A, (piszemy $a = \inf A$)

Przykład 1. $(\mathbb{R}, \leqslant)$, $A = [0, 1)$
ograniczenia dolne np. $-77, -1, 0$, wszystkie $x \in (-\infty, 0]$
$\inf A = 0$

Przykład 2. $(\mathbb{N}, |)$, $A = \{9, 15, 30\}$
ograniczenia dolne – wspólne dzielniki liczb $9, 15, 30$ – to 1, 3

Kresy zbiorów

Niech $(X, \preceq)$ – zbiór uporządkowany. $A \subseteq X$
Mówimy, że $a \in X$ jest:

- ograniczeniem dolnym zbioru A,
  jeśli $a \preceq x$ dla wszystkich $x \in A$
- kresem dolnym zbioru A, jeśli jest największym ograniczeniem dolnym zbioru A, (piszemy $a = \inf A$)

Przykład 1. $(\mathbb{R}, \leqslant)$, $A = [0, 1)$
ograniczenia dolne np. $-77, -1, 0$, wszystkie $x \in (-\infty, 0]$
$\inf A = 0$

Przykład 2. $(\mathbb{N}, |)$, $A = \{9, 15, 30\}$
ograniczenia dolne – wspólne dzielniki liczb $9, 15, 30$ – to 1, 3
$\inf A = 3$ (największy wspólny dzielnik)

Kresy zbiorów

Kresy zbiorów

Niech $(X, \preceq)$ – zbiór uporządkowany. $A \subseteq X$.
Mówimy, że $a \in X$ jest:

Kresy zbiorów

Niech $(X, \preceq)$ – zbiór uporządkowany. $A \subseteq X$.
Mówimy, że $a \in X$ jest:

- ograniczeniem górnym zbioru A,
  jeśli $x \preceq a$ dla wszystkich $x \in A$

Kresy zbiorów

Niech $(X, \preceq)$ – zbiór uporządkowany. $A \subseteq X$.
Mówimy, że $a \in X$ jest:

- ograniczeniem górnym zbioru A,
  jeśli $x \preceq a$ dla wszystkich $x \in A$
- kresem górnym zbioru A, jeśli jest najmniejszym ograniczeniem górnym zbioru A, (piszemy $a = \sup A$)

Kresy zbiorów

Niech $(X, \preceq)$ – zbiór uporządkowany. $A \subseteq X$.
Mówimy, że $a \in X$ jest:

- ograniczeniem górnym zbioru A,
  jeśli $x \preceq a$ dla wszystkich $x \in A$
- kresem górnym zbioru A, jeśli jest najmniejszym ograniczeniem górnym zbioru A, (piszemy $a = \sup A$)

Przykład 1. $(\mathbb{R}, \leqslant)$, $A = [0, 1)$

Kresy zbiorów

Niech $(X, \preceq)$ – zbiór uporządkowany. $A \subseteq X$.
Mówimy, że $a \in X$ jest:

- ograniczeniem górnym zbioru A,
  jeśli $x \preceq a$ dla wszystkich $x \in A$
- kresem górnym zbioru A, jeśli jest najmniejszym ograniczeniem górnym zbioru A, (piszemy $a = \sup A$)

Przykład 1. $(\mathbb{R}, \leqslant)$, $A = [0, 1)$
ograniczenia górne np. $1, \pi, 57$, wszystkie $x \in [1, \infty)$

Kresy zbiorów

Niech $(X, \preceq)$ – zbiór uporządkowany. $A \subseteq X$.
Mówimy, że $a \in X$ jest:

- ograniczeniem górnym zbioru A,
  jeśli $x \preceq a$ dla wszystkich $x \in A$
- kresem górnym zbioru A, jeśli jest najmniejszym ograniczeniem górnym zbioru A, (piszemy $a = \sup A$)

Przykład 1. $(\mathbb{R}, \leqslant)$, $A = [0, 1)$
ograniczenia górne np. $1, \pi, 57$, wszystkie $x \in [1, \infty)$
$\sup A = 1$

Kresy zbiorów

Niech $(X, \preceq)$ – zbiór uporządkowany. $A \subseteq X$.
Mówimy, że $a \in X$ jest:

- ograniczeniem górnym zbioru A,
  jeśli $x \preceq a$ dla wszystkich $x \in A$
- kresem górnym zbioru A, jeśli jest najmniejszym ograniczeniem górnym zbioru A, (piszemy $a = \sup A$)

Przykład 1. $(\mathbb{R}, \leqslant)$, $A = [0, 1)$
ograniczenia górne np. $1, \pi, 57$, wszystkie $x \in [1, \infty)$
$\sup A = 1$

Kresy zbiorów

Niech $(X, \preceq)$ – zbiór uporządkowany. $A \subseteq X$.
Mówimy, że $a \in X$ jest:

- ograniczeniem górnym zbioru A,
  jeśli $x \preceq a$ dla wszystkich $x \in A$
- kresem górnym zbioru A, jeśli jest najmniejszym ograniczeniem górnym zbioru A, (piszemy $a = \mathrm{sup} A$)

Przykład 1. $(\mathbb{R}, \leqslant)$, $A = [0, 1)$
ograniczenia górne np. $1, \pi, 57$, wszystkie $x \in [1, \infty)$
$\mathrm{sup} A = 1$

Przykład 2. $(\mathbb{N}, |)$, $A = \{9, 15, 30\}$
ograniczenia górne – wspólne wielokrotnośći liczb $9, 15, 30$ – np. 90, 180

Kresy zbiorów

Niech $(X, \preceq)$ – zbiór uporządkowany. $A \subseteq X$.
Mówimy, że $a \in X$ jest:

- ograniczeniem górnym zbioru A, jeśli $x \preceq a$ dla wszystkich $x \in A$
- kresem górnym zbioru A, jeśli jest najmniejszym ograniczeniem górnym zbioru A, (piszemy $a = \sup A$)

Przykład 1. $(\mathbb{R}, \leqslant)$, $A = [0, 1)$
ograniczenia górne np. $1, \pi, 57$, wszystkie $x \in [1, \infty)$
$\sup A = 1$

Przykład 2. $(\mathbb{N}, |)$, $A = \{9, 15, 30\}$
ograniczenia górne – wspólne wielokrotnośći liczb $9, 15, 30$ – np. 90, 180
$\sup A = 90$ (najmniejsza wspólna wielokrotność)