Analiza 2 – Inżynieria Biomedyczna

Z_{10}

1. Narysować krzywe

   (a) $z(t) = t^2 - jt,\ t > 0$

   (b) $z(t) = 2 - 2j + 2e^{jt},\ t \in [\frac{\pi}{2}, \pi]$

   (c) $z(t) = e^{-t} - je^{t},\ t \in \mathbb{R}$

   (d) $z(t) = 2e^{jt} + 3e^{-jt},\ t \in [0, 2\pi]$

2. Wyznaczyć część rzeczywistą i urojoną funkcji $f(z)$, gdy

   (a) $f(z) = \frac{\overline{z}}{z^2}$

   (b) $f(z) = \cos z$

3. Rozwiązać równanie

   (a) $\cos z = 2$

   (b) $e^z = e^{-jz}$

4. (a) Wykazać, że nie istnieje $\lim\limits_{z\to 0} \frac{\mathrm{Re}(z)}{z}$.

   (b) Obliczyć $\lim\limits_{z\to 0} \frac{\mathrm{Re}(z^2)}{z}$.

5. Sprawdzić, w jakich punktach funkcja f spełnia warunki Cauchy'ego-Riemanna.
   Obliczyć, (tam gdzie istnieje) pochodną $f'(z)$ oraz sprawdzić holomorficzność funkcji f.

   (a) $f(z) = z \cdot |z|^2$

   (b) $f(z) = \mathrm{Re}(z^2) \cdot \bar{z}$

   (c) $f(z) = \bar{z} \cdot |e^{-jz}|$

   (d) $f(z) = \frac{|z|^2}{z}$

   (e) $f(z) = e^{\bar{z}}$

   (f) $f(x + jy) = x(2 - x) + y^2 + 2jy(1 - x)$

6. Znaleźć funkcję holomorficzną $f(z) = u + j \cdot v$, wiedząc, że:

   (a) $u(x, y) = 3y + e^{-y} \cos x, \quad f(0) = 1$

   (b) $v(x, y) = e^{-x} \sin y, \quad f(0) = j.$