Analiza2 – Inżynieria Biomedyczna

Z_9

1. Rozwinąć w szereg Fouriera funkcję okresową f o okresie 2π, gdzie $f(x) = x$ dla $x \in (-\pi, \pi)$. Następnie rozwinąć w szereg Fouriera funkcję określoną wzorem $g(x) = f(x) + 2\cos x$. Podać współczynniki a_0, a_1, b_1, b_2 rozwinięcia funkcji g.

2. Rozwinąć w szereg Fouriera funkcję okresową f o okresie 2π, gdzie $f(x) = x$ dla $x \in (0, 2\pi)$. Następnie rozwinąć w szereg Fouriera funkcję określoną wzorem $g(x) = f(x) + \sin x + \cos x \sin 2x$. Podać współczynniki a_0, a_1, b_1, b_2, b_3 rozwinięcia funkcji g.

3. Rozwinąć w szereg Fouriera funkcję okresową f o okresie 2π, jeśli $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{gdy} \quad x \in (-\pi, 0) \\ x & \text{gdy} \quad x \in [0, \pi) \end{cases}$

4. Rozwinąć w szereg Fouriera funkcję okresową $f(x) = \cos x + |\cos x|$. Jaki okres ma ta funkcja? Narysować jej wykres.

5. Rozwinąć w szereg Fouriera w przedziale $[-\pi, \pi]$ funkcję $f(x) = 4\sin^3 x - \cos 3x$, a następnie podać wartości całek
$$\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cos 2x dx, \quad \int_{-\pi}^{\pi} f(x)\sin 3x dx, \quad \int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cos 7x dx \quad \int_{-\pi}^{\pi} f(x)\sin 8x dx.$$

6. Rozwinąć w szereg Fouriera funkcję $f(x) = |\sin x|$ oraz $g(x) = \cos 2x + \sin 3x + |\sin x|$.

7. Rozwinąć w szereg Fouriera cosinusów funkcję równą $f(x) = \sin x$ w przedziale $(0, 2\pi)$. Przyjąć okres $T = 4\pi$

8. Rozwinąć w szereg Fouriera sinusów funkcję równą $f(x) = \cos x$ w przedziale $(0, \pi)$. Przyjąć okres $T = 2\pi$

9. Rozwinąć w szereg Fouriera cosinusów funkcję okresową f o okresie 4π równą $f(x) = \begin{cases} 2 & \text{gdy} \quad x \in (0, \pi) \\ 0 & \text{gdy} \quad x \in (\pi, 2\pi) \end{cases}$

10. Rozwinąć w szereg Fouriera sinusów funkcję okresową f o okresie 4π równą $f(x) = \begin{cases} 2 & \text{gdy} \quad x \in (0, \pi) \\ 0 & \text{gdy} \quad x \in (\pi, 2\pi) \end{cases}$

Przydatne wzory:

- $\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha-\beta) + \cos(\alpha+\beta)]$
- $\sin\alpha\sin\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)]$
- $\sin\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}[\sin(\alpha-\beta) + \sin(\alpha+\beta)]$