Analiza2 – Inżynieria Biomedyczna

Z_8

1. Korzystając ze znanych rozwinięć, rozwinąć w szereg Maclaurina funkcję $f(x)$ (wyznaczyć też przedział zbieżności)

   (a) $f(x) = \dfrac{x^3}{1+3x}$, obliczyć $f^{(11)}(0)$

   (b) $f(x) = \dfrac{1+2x}{2+x}$, obliczyć $f^{(14)}(0)$, $f^{(15)}(0)$

   (c) $f(x) = \dfrac{x-2x^2+3x^3}{1+4x^2}$, obliczyć $f^{(11)}(0)$, $f^{(12)}(0)$

   (d) $f(x) = \dfrac{6x}{1+x-2x^2}$, obliczyć $f^{(7)}(0)$, $f^{(8)}(0)$

   (e) $f(x) = \dfrac{2-x}{1+x^4}$, obliczyć $f^{(88)}(0)$, $f^{(89)}(0)$, $f^{(90)}(0)$

   (f) $f(x) = (2x+3)\sin x$, obliczyć $f^{(18)}(0)$, $f^{(19)}(0)$

   (g) $f(x) = (x^2+7)e^{-2x^3}$, obliczyć $f^{(24)}(0)$, $f^{(25)}(0)$, $f^{(26)}(0)$

   (h) $f(x) = \ln\dfrac{1+x}{1-x}$, obliczyć $f^{(16)}(0)$, $f^{(17)}(0)$.

2. Wykorzystując równość $\ln(1+t) = \sum_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1}}{n} \cdot t^n$ dla $t \in (-1,1]$, rozwinąć funkcję $f(x) = \ln(x+2)$ w szereg Taylora w otoczeniu punktu $x_0 = -1$, a następnie funkcję $g(x) = x \cdot \ln(x+2)$.

3. Wyznaczyć rozwinięcie w szereg Taylora w otoczeniu $x_0 = -3$ funkcji $f(x) = \ln(7+2x)$. Dla jakich x prawdziwe jest to rozwinięcie? Obliczyć $f^{(26)}(-3)$.

4. Wyznaczyć rozwinięcie w szereg Taylora w otoczeniu punktu $x_0 = 3$ funkcji $f(x) = \dfrac{1}{x}$ oraz podać wartość $f^{(25)}(3)$. Dla jakich x prawdziwe jest to rozwinięcie?

5. Wyznaczyć rozwinięcie funkcji $f(x) = (x-1)e^{2x}$ w szereg Taylora w otoczeniu punktu $x_0 = -2$ oraz podać wartość $f^{(10)}(-2)$. Dla jakich x prawdziwe jest to rozwinięcie?

6. a) Wykorzystując znane rozwinięcia, rozwinąć w szereg Maclaurina funkcję $f(x) = \dfrac{x+3}{x+5}$. Podać przedział zbieżności otrzymanego szeregu oraz wartość pochodnej $f^{(20)}(0)$.

   b) Rozwinąć funkcję $f(x) = \dfrac{x+3}{x+5}$ w szereg Taylora w otoczeniu punktu $x_0 = -3$. Podać przedział zbieżności otrzymanego szeregu oraz wyznaczyć pochodną $f^{(25)}(-3)$.

7. Funkcja f określona jest wzorem $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \dfrac{n\sqrt{n} \cdot (2x+8)^n}{(n^3+4) \cdot (-8)^n}$.

   Wyznaczyć dziedzinę tej funkcji (przedział zbieżności szeregu) i obliczyć pochodną $f^{(10)}(-4)$.