

Analiza 2 – Inżynieria Biomedyczna
 Z_2

1. Przy pomocy całki podwójnej obliczyć pole figury

(a) ograniczonej krzywymi: $y = \ln x$, $y = \ln(ex)$, $y = 0$ oraz $x = e$;

(b) ograniczonej krzywymi: $x^2 = 2y$, $y^2 = 2x$;

(c) $\bar{D} = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 2y, y \geq \sqrt{3} \cdot |x|\}$.

2. Obliczyć całkę podwójną

(a) $\iint_{\bar{D}} (y - x) dx dy$, gdzie $\bar{D} = \{(x, y) : 2y \geq x^2, 2x \geq y^2\}$.

(b) $\iint_{\bar{D}} (y + x)^2 \cdot \frac{e^{2x}}{e^y} dx dy$, gdzie $\bar{D} = \{(x, y) : 0 \leq x + y \leq 3, 0 \leq 2x - y \leq 1\}$.

(c) $\iint_{\bar{D}} y dx dy$, gdzie $\bar{D} = \{(x, y) : 4 \leq x^2 + y^2 \leq 5, y \geq x\}$.

(d) $\iint_{\bar{D}} (x - y) dx dy$, gdzie $\bar{D} = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 4, x + y \geq 2\}$.

(e) $\iint_{\bar{D}} (x + y) dx dy$, gdzie $\bar{D} = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 2y, y \geq \sqrt{3} \cdot |x|\}$.

(f) $\iint_{\bar{D}} (10 + 5x - 4y^2) dx dy$, gdzie $\bar{D} = \{(x, y) : x^2 + 4y^2 \leq 4\}$.

(g) $\iint_{\bar{D}} |x^2 + y^2 - 1| dx dy$, gdzie $\bar{D} = [-1, 1] \times [0, 3]$.

3. Wyznaczyć środek masy jednorodnej cienkiej prawej połowy koła: $x^2 + y^2 \leq R^2$.

4. Używając całki podwójnej obliczyć objętość bryły

(a) ostrosłupa o wierzchołkach: $(0, 0, 0)$, $(2, 0, 0)$, $(0, 2, 0)$, $(0, 0, 2)$;

(b) ograniczonej powierzchniami: $y = x^2$, $y = 4$, $z = 3$, $x + y + z = 9$;

(c) ograniczonej powierzchniami: $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$, $z = 0$, $z = xy$;

(d) ograniczonej walcem $(x + 1)^2 + 4y^2 = 4$ i płaszczyznami $z = 0$, $z = 20 - 5x - 4y$;

(e) ograniczonej powierzchniami: $x^2 + y^2 = 2y$, $z = 0$, $z = x^2 + y^2$;

(f) wyciętej z kuli $x^2 + y^2 + z^2 \leq 9$ walcem $x^2 + y^2 = 1$ i zawierającej punkt $(0, 0, 2)$;

(g) wyciętej z kuli $x^2 + y^2 + z^2 \leq 9$ walcem $x^2 + y^2 = 3x$ i zawierającej punkt $(2, 0, 0)$;

(h) ograniczonej stożkiem $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = z^2$ i paraboloidą $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 2z$.