Analiza 2 – Inżynieria Biomedyczna

Z_1

1. Obliczyć całkę podwójną

(a) $\displaystyle\iint\limits_P \frac{2\sqrt{x}}{1+4y^2}\, dxdy$, gdzie $P = \{(x,y):\ 0 \leqslant x \leqslant 2,\ 0 \leqslant y \leqslant \frac{1}{2}\}$;

(b) $\displaystyle\iint\limits_P \sqrt{\ln x} \cdot \sin y\, dxdy$, gdzie $P = \{(x,y):\ 1 \leqslant x \leqslant 6,\ -5 \leqslant y \leqslant 5\}$;

(c) $\displaystyle\iint\limits_P \frac{dxdy}{(x-y)^2}$, gdzie $P = \{(x,y):\ 1 \leqslant x \leqslant 2,\ 3 \leqslant y \leqslant 4\}$;

2. Przedstawić w postaci całek iterowanych całkę $\displaystyle\iint\limits_{\overline{D}} f(x,y)\, dxdy$, jeśli

(a) $\overline{D}$ – trapez o wierzchołkach: $(-1,0),\ (2,0),\ (5,3),\ (0,3)$;

(b) $\overline{D}$ – obszar ograniczony krzywymi: $x = 2,\ y = 2x,\ xy = 1$;

(c) $\overline{D}$ – obszar ograniczony krzywymi: $x + 3 = y^2,\ 4x = y^2$;

(d) $\overline{D} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2:\ x^2 + y^2 \leqslant 20,\ x \geqslant y^2\}$

(e) $\overline{D} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2:\ 1 \leqslant x^2 + y^2 \leqslant 4,\ y \geqslant |x|\}$.

3. W podanych całkach iterowanych zmienić kolejność całkowania:

(a) $\displaystyle\int\limits_{-4}^{-1} dx \int\limits_{1}^{-4/x} f(x,y)dy + \int\limits_{-1}^{1} dx \int\limits_{1}^{4} f(x,y)dy + \int\limits_{1}^{4} dx \int\limits_{1}^{4/x} f(x,y)dy$,

(b) $\displaystyle\int\limits_{1}^{2} dx \int\limits_{0}^{\ln x} f(x,y)dy + \int\limits_{2}^{3} dx \int\limits_{\ln(x-1)}^{\ln 2} f(x,y)dy$,

(c) $\displaystyle\int\limits_{0}^{1} dx \int\limits_{-\sqrt{x}}^{\sqrt{x}} f(x,y)dy + \int\limits_{1}^{2} dx \int\limits_{-\sqrt{2-x}}^{\sqrt{2-x}} f(x,y)dy$,

4. Obliczyć całki

(a) $\displaystyle\iint\limits_{\overline{D}} (x^2 + y)\, dxdy$, gdzie $\overline{D}$ – obszar ograniczony prostymi: $y = x,\ y = 2x,\ x + y = 6$;

(b) $\displaystyle\iint\limits_{\overline{D}} \frac{x+2}{y^2}\, dxdy$, gdzie $\overline{D}$ – obszar ograniczony krzywymi: $y = 4 - x^2,\ y = 3$;

(c) $\displaystyle\iint\limits_{\overline{D}} |x + y - 2|\, dxdy$, gdzie $\overline{D} = \{(x,y):\ 1 \leqslant x \leqslant 2,\ 0 \leqslant y \leqslant 3\}$;

(d) $\displaystyle\iint\limits_{\overline{D}} |x - y^2|\, dxdy$, gdzie $\overline{D}$ to trójkąt o wierzchołkach $(0,0), (0,1), (2,1)$.