Zestaw powtórzeniowy do kolokwium 1

1. Znaleźć wszystkie zespolone rozwiązania równania $z^5(\sqrt{3}+j)^3 = z^2(1+j)^8$.

2. Narysować zbiór $\{z \in \mathbb{C}: |z| < |z-1-j| \text{ i } \arg(z+3) \in [\frac{-\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]\}$.

   Które z liczb: 51-53j, 67-66j, 77+76j, 88-85j należą do tego zbioru?

3. Zaproponować rozkład funkcji wymiernej f na sumę ułamków prostych nad $\mathbb{R}$ i nad $\mathbb{C}$ (bez wyliczania współczynników). $f(x) = \frac{-4x^3}{7(x+4)^2(x^4+16)}$

4. Znaleźć i zaznaczyć na płaszczyźnie zespolonej wszystkie rozwiązania równania

$$(z-j)^3 = (2-2j)^2$$

5. Narysować zbiór liczb $z \in \mathbf{C}$ spełniających warunki:

$$\mathrm{Im}(z(1-j)) < \mathrm{Re}(\overline{2-7j}) \wedge \arg\left(z - \left(\frac{1}{j^5}\right)\right) \in \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}\right).$$

6. Wyznaczyć rozkład funkcji wymiernej $\frac{x^2+2x}{(x^2+4)(x-2)}$ na sumę ułamków prostych nad $\mathbb{R}$ i nad $\mathbb{C}$.

7. Rozstrzygnąć, czy podane zdanie jest prawdziwe:

   $[\exists n \in N \ \forall k \in N \ (n-k<1)] \Rightarrow [\forall n \in N \ \forall k \in N \ n \neq k]$

   Zapisać zaprzeczenie tego zdania bez użycia symbolu negacji.

8. Określić wartość logiczną zdania: $\forall k \in \mathrm{N} \ \exists n \in \mathrm{N} \ (k = 3n \Rightarrow n = 3k)$

   Zapisać zaprzeczenie tego zdania bez użycia symbolu negacji.

9. Określić wartość logiczną poniższego zdania (uzasadnić).

   $\forall x \in R \ [(x>5 \Rightarrow x<2) \vee x>1]$

   Zapisać zaprzeczenie tego zdania bez użycia symbolu negacji.

10. Dana jest rodzina zbiorów $A_n = \{(x,y) \in R^2: \ y > n \cdot x^2\}, n \in \mathrm{N}$.

    Wyznaczyć (narysować) zbiory $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$ oraz $\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n$.

11. Dana jest rodzina zbiorów $A_n = \{x \in R: \ (x - \frac{2}{n})(x+5n) < 0\}, n \in \mathrm{N}$.

    Wyznaczyć zbiory $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$, $\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n$.

12. Dana jest rodzina zbiorów $A_n = \{(x,y) \in R^2: \ y < \frac{x^2}{n}\}, n \in \mathrm{N}$.

    Wyznaczyć (narysować) zbiory $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$ oraz $\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n$.