

1. Rozwiązać układy równań:
$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ 2y + z = -4 \\ x + y + z = 0 \end{cases} \quad \text{oraz} \quad \begin{cases} x + 2y + 3z = 3 \\ 2y + z = 4 \\ x + y + z = 5 \end{cases}$$

Przeanalizować koszt (pracochłonność) różnych metod, wybrać najmniej kosztowną.

2. Rozwiązać układy równań

$$2.1. \begin{cases} x - 2y + z = -3 \\ -y + z = -2 \\ 2x - 3y + z = -4 \end{cases} \quad 2.2. \begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 + 4x_4 + 2x_5 = 1 \\ -x_1 - 3x_2 - x_3 - 8x_4 + 6x_5 = 3 \\ 2x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 7x_4 + 8x_5 = 2 \end{cases} \quad 2.3. \begin{cases} x - y + z = 1 \\ x + y - z = 1 \\ x + y + z = 3 \\ x + 2y - z = 2 \end{cases}$$

3. Określić liczbę rozwiązań układu równań w zależności od parametru $a \in \mathbb{R}$.

$$3.1. \begin{cases} ax + (a + 2)y + 2(a - 1)z = 0 \\ x + ay + (3 - a)z = a + 1 \end{cases} \quad 3.2. \begin{cases} x + (a - 1)y + az = 2a \\ 2x + y = 1 \\ ax - y + (a + 2)z = 4 + a \end{cases}$$

$$3.3. \begin{cases} (a - 1)x + (a + 3)y = 4 \\ x + ay = 2a \\ 2x + (3a + 1)y = 4a \end{cases} \quad 3.4. \begin{cases} ay + 6z - at = a + 2 \\ (3 - a)x + (a - 2)y + (a - 1)z - t = 1 \\ -4x + 2y + 2t = a - 3 \end{cases}$$

4. Znaleźć wielomian $w \in \mathbb{R}_3[x]$, dla którego zachodzi:

$$w(-2) = -4, \quad w(-1) = -1, \quad w(1) = -1, \quad w(2) = 8.$$

5. Czy wektor $(1, 2, 3)$ jest kombinacją liniową wektorów $(2, 3, 4)$, $(7, 8, 0)$, $(3, 2, -8)$?

6. Do wyznaczenia pola wielokąta na płaszczyźnie o wierzchołkach w punktach kratowych (o współrzędnych całkowitych) można stosować wzór:

$$S = \alpha W + \beta B + \gamma,$$

gdzie W oznacza liczbę punktów kratowych wewnątrz wielokąta, B liczbę punktów kratowych na brzegu (wierzchołki i na bokach), natomiast α, β, γ są rzeczywistymi współczynnikami. Znaleźć te współczynniki.