**MATEMATYKA KONKRETNA 1** $\qquad Z_{10}$

1. Czy $W$ jest podprzestrzenią przestrzeni liniowej $V$ nad ciałem $\mathbb{K}$?

   a) $V = \mathbb{R}^2 \quad \mathbb{K} = \mathbb{R} \quad W = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : xy \leqslant 0\}$
   b) $V = \mathbb{R}^3 \quad \mathbb{K} = \mathbb{R} \quad W = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : (x+y)^2 = z^2\}$
   c) $V = \mathbb{R}^3 \quad \mathbb{K} = \mathbb{R} \quad W = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : (x+y)^2 + z^2 = 0\}$
   d) $V = \mathbb{C} \quad \mathbb{K} = \mathbb{R} \quad W = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Im} z = 3\}$
   e) $V = \mathbb{R}[x] \quad \mathbb{K} = \mathbb{R} \quad W = \{w \in \mathbb{R}[x] : w'(1) = 0\}$

2. Czy układ $\mathcal{A}$ jest liniowo niezależny? Czy jest bazą przestrzeni $V$ nad $\mathbb{K}$?

   a)$V = \mathbb{R}^3 \quad \mathbb{K} = \mathbb{R} \quad \mathcal{A} = ((2,1,1),(3,0,1),(0,3,1))$
   b) $V = \mathbb{C} \quad \mathbb{K} = \mathbb{C} \quad \mathcal{A} = (1-2j, 3+j)$
   c) $V = \mathbb{C} \quad \mathbb{K} = \mathbb{R} \quad \mathcal{A} = (1-2j, 3+j)$
   d) $V = \mathbb{R}_2[x] \quad \mathbb{K} = \mathbb{R} \quad \mathcal{A} = ((x+2)^2, x+2)$

3. Podać współrzędne wektora $(-7,\pi,\pi)$, w bazie $\mathcal{B} = ((7,8,0),(0,1,8),(1,0,\pi))$.

4. Układ $\mathcal{B} = (x+1, 3x+4)$ uzupełnić do bazy przestrzeni $\mathbb{R}_3[x]$ nad $\mathbb{R}$ (dodać takie wektory, żeby powiększony układ był bazą), a następnie zapisać wektory $2x+2$ oraz $x^3+x^2+x$ w tej bazie. Wyznaczyć wektor, który w tej bazie ma współrzędne $(2,0,1,-1)$.

5. Wyznaczyć bazę i wymiar przestrzeni $V$ nad $\mathbb{R}$.
   a) $V = Lin\{(1,0,3,1),(0,1,2,-1),(1,-1,1,2)\}$
   b) $V = Lin\{(1,0,2),(2,1,1),(3,2,0),(-1,3,-11),(2,-1,7)\}$
   c) $V = Lin\{v_1 - v_2 + v_3 - v_4,\ v_1 + v_2 - v_3 + v_4,\ 2v_1 + v_2 - v_3 + v_4\} \subseteq W$,
   gdzie układ $(v_1,v_2,v_3,v_4)$ jest pewną bazą przestrzeni W nad $\mathbb{R}$.

6. Dane są podprzestrzenie przestrzeni $\mathbb{R}^4$
   $U = Lin\{(3,-1,0,0),(0,0,2,1)\}$, $W = Lin\{(3,0,-2,0),(0,1,0,1)\}$.
   Wyznaczyć wymiary przestrzeni $U+W$ oraz $U \cap W$.