MATEMATYKA KONKRETNA 1 $\quad Z_9$

1. Dane są macierze $A = \begin{bmatrix} -1 & 3j & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$, $D = \begin{bmatrix} \cos\beta & -\sin\beta \\ \sin\beta & \cos\beta \end{bmatrix}$

   Obliczyć (jeśli to możliwe): $A \cdot A^T$, $A^T \cdot A$, B^n, $C \cdot D$, C^n.

2. Wyznaczyć macierz odwrotną do podanej (jeśli jest to możliwe).

   2.1. $\begin{bmatrix} j & 3 \\ 1+j & 4-3j \end{bmatrix}$ 2.2. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & -2 & 0 \\ 2 & -3 & 1 \end{bmatrix}$ 2.3. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & -2 & 0 \\ 4 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ 2.4. $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 71 & 70 \\ 0 & 0 & 70 & 69 \\ 69 & 70 & 0 & 0 \\ 70 & 71 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

3. Niech $A \in M_{3\times 3}(\mathbb{C}), B \in M_{4\times 4}(\mathbb{R})$, $\det A = 2j$, $\det B = -3$.

   Obliczyć $\det(3jA)$, $\det(jA^2)$, $\det(A^{-1})$, $\det((-B)^T)$, $\det(\pi B^3)$.

   Czy $\det(A \cdot B) = \det A \cdot \det B$?

4. Obliczyć wyznaczniki podanych macierzy.

   4.1. $\begin{bmatrix} 54 & 55 & 56 & 57 \\ 55 & 56 & 57 & 58 \\ 56 & 57 & 58 & 59 \\ 57 & 58 & 59 & 60 \end{bmatrix}$ 4.2. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & x+1 \\ 2 & x+2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & x+3 & 3 \\ x+4 & 4 & 4 & 4 \end{bmatrix}$ 4.3. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$

5. Wyznaczyć rzędy macierzy

   5.1. $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 \\ 12 & 13 & 14 & 15 & 16 & 17 \\ 17 & 16 & 15 & 14 & 13 & 12 \end{bmatrix}$ 5.2. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 4 & 7 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 6 \\ -1 & -2 & -3 & 5 & -3 \end{bmatrix}$ 5.3. $\begin{bmatrix} 3 & 1 & 6 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 4 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & 3 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$

   5.4. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & p \\ 1 & 1 & p & p \\ 1 & p & p & p \end{bmatrix}$ 5.5. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & p \\ 3 & p & 3 \\ 2p & 2 & 2 \end{bmatrix}$ (p jest parametrem rzeczywistym)