

1. Niech $z_1 = 3 + 2j$, $z_2 = 2 - 5j$. Obliczyć:

$$z_1^2 + jz_2, \quad \operatorname{Re}(z_1 \cdot z_2), \quad |2\bar{z}_1 + \operatorname{Im} z_2|, \quad \frac{\bar{z}_2 - j|z_1 + 2j|}{z_1}.$$

2. Czy podane równości zachodzą dla dowolnych $z, z_1, z_2 \in \mathbb{C}$?

(a) $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$

(b) $\operatorname{Re}(z_1 \cdot z_2) = \operatorname{Re} z_1 \cdot \operatorname{Re} z_2$

(c) $z - \bar{z} = 2j \operatorname{Im} z$

3. Zapisać w postaci trygonometrycznej następujące liczby:

$$-e, \quad \pi j, \quad 3 - 3j, \quad 5\sqrt{2}j - 5\sqrt{2}, \quad 1 + j\sqrt{3}, \quad \sqrt{6} - j\sqrt{2}.$$

4. Zapisać w postaci algebraicznej następujące liczby:

$$4(\cos 7\pi + j \sin 7\pi), \quad \sqrt{2}(\cos(\frac{7\pi}{4}) + j \sin(\frac{7\pi}{4})), \quad 2(\cos(-\frac{16\pi}{6}) + j \sin(-\frac{16\pi}{6})).$$

5. Wyznaczyć argument główny oraz moduł podanych liczb (wykorzystać funkcje \arcsin lub arctg)

$$z_1 = 3j - 4, \quad z_2 = 5 - 12j, \quad z_3 = -6 - 8j, \quad z_4 = \sqrt{2 - \sqrt{2}} + j\sqrt{2 + \sqrt{2}}.$$

(wskazówka: obliczyć z_4^2 .)

6. Zilustrować na płaszczyźnie zespolonej zbiór liczb zespolonych spełniających podany warunek.

(a) $1 \leq |z + 2 - 3j| < 3$

(b) $\frac{\pi}{4} \leq \arg(z + 2 - j) < \frac{2\pi}{3}$

(c) $\left| \frac{z}{z + 2 - 2j} \right| \geq 1$

(d) $|z - 2j| + |z| = 4$ (przydatne będą własności elipsy)

(e) $|z + 2| + |z| = 2$

(f) $|z - j| = |2jz + 1|$

(g) $0 \leq \arg(jz^3) < \pi$

(h) $\operatorname{Im}(z^4) < 0$