

Metody Probabilistyczne i Statystyka

Z_5

1. Pewien schemat składa się z 2000 jednakowych elementów o niezawodności 0,995 każdy. Elementy te ulegają awarii niezależnie od siebie. Schemat przestaje działać, gdy awarii ulegną co najmniej 4 elementy. Obliczyć prawdopodobieństwo tego zdarzenia (wartość dokładną oraz korzystając z przybliżenia Poissona).
2. Na podstawie badań stwierdzono, że zmienna losowa X opisująca procent zanieczyszczeń w próbce rudy miedzi ma rozkład ciągły o gęstości

$$f_X(x) = \begin{cases} 12x^2(1-x) & , \quad x \in [0; 1] \\ 0 & , \quad \text{w p.p.} \end{cases}.$$

Wybrano niezależnie 4 próbki. Wyznaczyć prawdopodobieństwo, że

- (a) dokładnie jedna próbka zawiera ponad połowę zanieczyszczeń;
 - (b) co najmniej jedna próbka zawiera ponad połowę zanieczyszczeń.
3. Liczba zgłoszeń do sieci komputerowej w ciągu godziny na pewnej uczelni ma rozkład Poissona z parametrem 5.
 - (a) Jaki jest rozkład prawdopodobieństwa czasu między kolejnymi zgłoszeniami?
 - (b) Jeśli w danej chwili nastąpiło zgłoszenie do sieci, to jakie jest prawdopodobieństwo, że w ciągu najbliższych 15 minut nastąpi kolejne zgłoszenie?
 - (c) Jakie jest prawdopodobieństwo, że w ciągu godziny do sieci nikt się nie zgłosi?
 4. Zmienna losowa X ma rozkład $N(2, 4)$.
 - (a) Obliczyć $P(|X + 1| \leq 5)$;
 - (b) Na podstawie wykresu gęstości zmiennej losowej X zdecydować, czy:
 - $P(X > 6) < \frac{1}{2}$;
 - $P(X < 0) + P(X < 4) = 1$;
 - $P(-4 < X < 8) > P(10 < X < 17)$.

5. Miesięczne wynagrodzenie (w zł) pracowników pewnej firmy jest zmienną losową o rozkładzie $N(4000, \sigma^2)$.
 - (a) Wyznaczyć wartość parametru σ wiedząc, że 15,87% pracowników tej firmy zarabia nie więcej niż 2400 zł;
 - (b) Jaka część pracowników tej firmy osiąga miesięczne wynagrodzenie należące do przedziału (4000 zł; 5600 zł)?
6. Stwierdzono, że natężenie prądu w badanym obwodzie ma rozkład $N(10 \text{ mA}, (2 \text{ mA})^2)$. Wyznaczyć wartość natężenia, która nie jest przekraczana z prawdopodobieństwem 0,98.
7. Długość ogórków pewnej odmiany ma rozkład $N(21 \text{ cm}, (3 \text{ cm})^2)$. Producent ogórków postanowił posortować wszystkie zebrane ogórki (tej odmiany) na trzy równe ilościowo grupy. Jakie wartości długości powinien przyjąć jako krańce przedziałów dla poszczególnych grup?