Przygotowanie do kolokwium II Analiza 2

2019

1. Wyznaczyć przedział zbieżności szeregu potęgowego $\sum_{n=1}^{\infty} \dfrac{3(x+5)^n}{\sqrt{n+3} \cdot 5^n}$

2. Rozwinąć w szereg Maclaurina funkcję $f(x) = \dfrac{7x^5 - 3x^3}{2 + 8x^2}$ oraz wyznaczyć pochodne $f^{(25)}(0)$ i $f^{(26)}(0)$. W jakim zbiorze jest zbieżny otrzymany szereg?

3. Wyznaczyć współczynniki a_1, a_7, a_8 rozwinięcia w szereg Fouriera cosinusów

   funkcji $f(x) = \begin{cases} \cos x & \text{gdy} \quad x \in <0, \frac{\pi}{2}) \\ 0 & \text{gdy} \quad x \in <\frac{\pi}{2}, \pi> \end{cases}$ Przyjąć okres $T = 2\pi$.

4. Sprawdzić, w jakich punktach funkcja $f(z) = \dfrac{3z}{|e^z|}$ posiada pochodną i obliczyć tę pochodną wszędzie, gdzie istnieje.

2020

1. Wyznaczyć przedział zbieżności szeregu potęgowego $\sum_{n=1}^{\infty} \dfrac{2(x+1)^n}{(n^2+3) \cdot 5^n}$

2. Korzystając ze znanych rozwinięć, rozwinąć w szereg Maclaurina funkcję $f(x) = 5xe^{-2x^2}$. Wyznaczyć $f^{(11)}(0)$ oraz $f^{(12)}(0)$.

3. Rozwinąć w szereg Fouriera cosinusów funkcję o okresie 2π i równą

   $$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{gdy} \quad x \in (0, \frac{\pi}{2}) \\ 3 & \text{gdy} \quad x \in (\frac{\pi}{2}, \pi) \end{cases}$$

   Narysować wykres rozwinięcia w przedziale $[-2\pi, 2\pi]$.
   Zapisać sumę czterech pierwszych niezerowych składników tego rozwinięcia.

4. Sprawdzić, w jakich punktach funkcja $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ jest różniczkowalna i obliczyć jej pochodną wszędzie, gdzie istnieje.

   $$f(z) = f(x + jy) = \frac{j \sin y - \cos y}{e^x}.$$