

1. Narysować krzywe

(a) $z(t) = t^2 - jt, t > 0$

(b) $z(t) = 2 - 2j + 2e^{jt}, t \in [\frac{\pi}{2}, \pi]$

(c) $z(t) = e^{-t} - je^t, t \in \mathbb{R}$

(d) $z(t) = 2e^{jt} + 3e^{-jt}, t \in [0, 2\pi]$

2. Wyznaczyć część rzeczywistą i urojoną funkcji $f(z)$, gdy

(a) $f(z) = \frac{\bar{z}}{z^2}$

(b) $f(z) = \cos z$

3. Sprawdzić, w jakich punktach funkcja f spełnia warunki Cauchy'ego-Riemanna.

Obliczyć, (tam gdzie istnieje) pochodną $f'(z)$ oraz sprawdzić holomorficzność funkcji f .

(a) $f(z) = z \cdot |z|^2$

(b) $f(z) = \operatorname{Re}(z^2) \cdot \bar{z}$

(c) $f(z) = \bar{z} \cdot |e^{-jz}|$

(d) $f(z) = \frac{|z|^2}{z}$

(e) $f(z) = e^{\bar{z}}$

(f) $f(x + jy) = x(2 - x) + y^2 + 2jy(1 - x)$

4. Znaleźć funkcję holomorficzną $f(z) = u + j \cdot v$, wiedząc, że:

(a) $u(x, y) = 3y + e^{-y} \cos x, f(0) = 1$

(b) $v(x, y) = e^{-x} \sin y, f(0) = j.$