

1. Rozwinąć w szereg Fouriera funkcję okresową f o okresie 2π , gdzie $f(x) = x$ dla $x \in (-\pi, \pi)$.
Następnie rozwinąć w szereg Fouriera funkcję określoną wzorem $g(x) = f(x) + 2 \cos x$.
Podać współczynniki a_0, a_1, b_1, b_2 rozwinięcia funkcji g .

2. Rozwinąć w szereg Fouriera funkcję okresową f o okresie 2π , gdzie $f(x) = x$ dla $x \in (0, 2\pi)$.
Następnie rozwinąć w szereg Fouriera funkcję określoną wzorem
 $g(x) = f(x) + \sin x + \cos x \sin 2x$.
Podać współczynniki a_0, a_1, b_1, b_2, b_3 rozwinięcia funkcji g .

3. Rozwinąć w szereg Fouriera funkcję okresową f o okresie 2π , jeśli
$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{gdy } x \in (-\pi, 0) \\ x & \text{gdy } x \in [0, \pi) \end{cases}$$

4. Rozwinąć w szereg Fouriera funkcję okresową $f(x) = \cos x + |\cos x|$.
Jaki okres ma ta funkcja? Narysować jej wykres.

5. Rozwinąć w szereg Fouriera w przedziale $[-\pi, \pi]$ funkcję $f(x) = 4 \sin^3 x - \cos 3x$,
a następnie podać wartości całek

$$\int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos 2x dx, \quad \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin 3x dx, \quad \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos 7x dx, \quad \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin 8x dx.$$

6. Rozwinąć w szereg Fouriera cosinusów funkcję równą $f(x) = \sin x$ w przedziale $(0, 2\pi)$.
Przyjąć okres $T = 4\pi$

7. Rozwinąć w szereg Fouriera sinusów funkcję okresową f o okresie 4π równą
$$f(x) = \begin{cases} 2 & \text{gdy } x \in (0, \pi) \\ 0 & \text{gdy } x \in (\pi, 2\pi) \end{cases}$$

Przydatne wzory:

- $\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)]$
- $\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$
- $\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}[\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta)]$