

1. Obliczyć całkę potrójną

(a)  $\iiint_{\bar{V}} \frac{dx dy dz}{(1+x+y+z)^3}$  gdzie  $\bar{V} = \{(x, y, z) : x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, x+y+z \leq 1\}$ ;

(b)  $\iiint_{\bar{V}} e^{x+y+z} dx dy dz$  gdzie  $\bar{V} = \{(x, y, z) : x \leq 0, -x \leq y \leq 2, 0 \leq z \leq -x\}$ ;

(c)  $\iiint_{\bar{V}} (x+z) dx dy dz$ , gdzie  $\bar{V} = \{(x, y, z) : \sqrt{x^2+4y^2} \leq z \leq 2\}$   
 $\bar{V}$  – bryła ograniczona stożkiem i płaszczyzną;

(d)  $\iiint_{\bar{V}} (x^2+y^2+1) dx dy dz$  gdzie  $\bar{V} = \{(x, y, z) : x^2+y^2 \leq 2z \leq 4\}$   
 $\bar{V}$  – bryła ograniczona paraboloidą i płaszczyzną;

(e)  $\iiint_{\bar{V}} z\sqrt{x^2+y^2} dx dy dz$  gdzie  $\bar{V} = \{(x, y, z) : x^2+y^2+z^2 \leq 4, x \geq 0, y \geq 0, z \leq 0\}$ ;

(f)  $\iiint_{\bar{V}} \frac{2z}{x^2+y^2+z^2+4} dx dy dz$ ,  
gdzie  $\bar{V} = \{(x, y, z) : x \leq 0, z \leq 0, 2 \leq x^2+y^2+z^2 \leq 4\}$ .

2. Przy pomocy całki potrójnej obliczyć objętość bryły

(a) wyciętej z kuli  $x^2+y^2+z^2 \leq 2$  przez stożek  $z = \sqrt{x^2+y^2}$ ;

(b)  $V = \{(x, y, z) : 0 \leq z \leq e^4 - e^{x^2+y^2}, x+y \geq 0\}$ ;

(c)  $V = \{(x, y, z) : x^2+y^2 \leq z \leq 4-y^2\}$ .