

1. Obliczyć całkę podwójną

(a) $\iint_P \frac{2\sqrt{x}}{1+4y^2} dx dy$, gdzie $P = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq \frac{1}{2}\}$;

(b) $\iint_P \frac{dx dy}{(x-y)^2}$, gdzie $P = \{(x, y) : 1 \leq x \leq 2, 3 \leq y \leq 4\}$;

2. Przedstawić w postaci całek iterowanych całkę $\iint_{\bar{D}} f(x, y) dx dy$, jeśli

(a) \bar{D} – obszar ograniczony prostymi: $x = 0$, $y = 1$, $y = 3$, $y = x - 2$;

(b) \bar{D} – obszar ograniczony krzywymi: $x = 2$, $y = 2x$, $xy = 1$;

(c) \bar{D} – obszar ograniczony krzywymi: $x + 3 = y^2$, $4x = y^2$;

(d) $\bar{D} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 20, x \geq y^2\}$;

(e) $\bar{D} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, y \geq |x|\}$.

3. Obliczyć całki

(a) $\iint_{\bar{D}} (x^2 + y) dx dy$, gdzie \bar{D} – obszar ograniczony prostymi: $y = x$, $y = 2x$, $x + y = 6$;

(b) $\iint_{\bar{D}} \frac{dx dy}{y^2}$, gdzie \bar{D} – obszar ograniczony krzywymi: $y = 4 - x^2$, $y = 3$;

(c) $\iint_{\bar{D}} |x + y - 2| dx dy$, gdzie $\bar{D} = \{(x, y) : 1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 3\}$;

(d) $\iint_{\bar{D}} |x - y^2| dx dy$, gdzie \bar{D} to trójkąt o wierzchołkach $(0, 0)$, $(0, 1)$, $(2, 1)$.