

1. Dane są punkty $A = (1, 0, 0)$, $B = (-1, 2, 1)$, $C = (0, 1, 0)$, $D = (1, 1, 0)$ w przestrzeni \mathbb{R}^3 .

- Wyznaczyć pole trójkąta ABC .
- Wyznaczyć cosinus kąta tego trójkąta przy wierzchołku C .
- Wyznaczyć równanie prostej l zawierającej punkty B i C .
- Znaleźć punkt A' symetryczny do A względem prostej l .
- Wyznaczyć odległość punktu A od prostej l .
- Wyznaczyć równanie płaszczyzny π , na której leży trójkąt ABC .
- Wyznaczyć objętość czworoscianu o wierzchołkach A , B , C , D .
- Obliczyć odległość punktu D od płaszczyzny π .
- Znaleźć punkt D' symetryczny do D względem płaszczyzny π .

2. Wyznaczyć równanie płaszczyzny π przechodzącej przez punkt $P = (1, -1, 0)$

i zawierającej prostą $l : \begin{cases} x + y + 2z - 1 = 0 \\ x + y - 2z + 3 = 0 \end{cases}$.

3. Wyznaczyć odległość punktu $P = (3, 0, 1)$ od prostej $l : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 2 - 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

4. Zbadać wzajemne położenie prostych l i k .

$$l : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 2 \end{cases}, t \in \mathbb{R} \text{ oraz } k : \begin{cases} x = s \\ y = 7 - s \\ z = 1 + s \end{cases}, s \in \mathbb{R}.$$

Czy istnieje płaszczyzna zawierająca obie proste?

5. Znaleźć równanie prostej K będącej rzutem prostokątnym prostej $l : \begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \\ z = 2 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

na płaszczyznę $\pi : x + y - z = 0$.

6. Wyznaczyć odległość między prostymi $l : \begin{cases} x + y + 1 = 0 \\ x - z + 1 = 0 \end{cases}$ i $k : \begin{cases} x + y + z = 0 \\ y + z + 1 = 0 \end{cases}$

7. Wyznaczyć rzut ortogonalny wektora $(-1, 2, 3)$ na podprzestrzeń $W = \text{Lin}\{(3, 2, 1), (1, 0, 1)\}$ przestrzeni \mathbb{R}^3 ze standardowym iloczynem skalarnym.

8. Metodą najmniejszych kwadratów znaleźć przybliżone rozwiązania układów równań:

$$a) \begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 3y = 4 \\ 3x + 2y = 6 \end{cases}, \quad b) \begin{cases} x + z = 2 \\ y + z = -2 \\ 2x - 2y + z = 0 \\ z = 2 \end{cases}.$$