

1. Czy podana funkcja jest różnowartościowa? Czy jest "na"? Uzasadnić odpowiedź.

1.1. $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{2x+3}{x-1}$

1.2. $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) = (x+1) \cos y$

1.3. $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, \quad f(z) = z^2 + j$

1.4. $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad f(x, y) = (x+y-1, 2^{|x|})$

2. Dla funkcji $f : X \rightarrow Y$ określić zbiór jej wartości $f(X)$ oraz wyznaczyć funkcję odwrotną $f^{-1} : f(X) \rightarrow X$

2.1. $f : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = x^2 + 2x - 1$

2.2. $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{2x+3}{x-1}$

2.3. $f : (2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \ln(3x+6) + 2$

2.4. $f : [0, \frac{\pi}{2}] \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = e^{1-2\sin x}$

2.5. $f : [\pi, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \cos x - 1$

3. Wyznaczyć podane obrazy i przeciwobrazy zbiorów.

3.1. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = x^2 - 4x + 3$ $f([1, 4)), f((0, 4)), f(\mathbb{R}), f^{-1}(\mathbb{R}_-), f^{-1}(f((2, 4)))$

3.2. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \min\{|x|, 2, x+2\}$ $f((-1, 3]), f^{-1}(\{-1, 1, 2\}), f^{-1}(f(\{0, 1, 5\}))$

3.3. $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) = (y+2) \cdot \sin x$ $f((0, \pi] \times \{2\pi\}), f((-2, 2] \times (-2, 2]), f^{-1}(\{0\})$
Czy $(1, -1) \in f^{-1}((0, 1))$?

3.4. $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) = |x+y|$ $f(\{1\} \times (-2, 1]), f^{-1}(\{-2, 1, 4\}), f^{-1}([2, 4))$

3.5. $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) = |x| + y$ $f((-2, 1] \times \{0, 1\}), f((-2, 1] \times (-1, 1]),$
 $f^{-1}(\{-2, 1\}), f^{-1}([-2, 1))$

3.6. $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, \quad f(z) = z^2 + j$ $f(\mathbb{R}), f^{-1}(\{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}(z) = 0\}),$
 $f^{-1}(\{j, 2j, j-4\}), f(\{z \in \mathbb{C} : |z| = 2\}).$