Probabilistyka

Z_4

1. Rzucamy niesymetryczną monetą ($P(O) = p \in (0;1)$) do momentu wyrzucenia orła lub reszek z rzędu. Wyznaczyć wartość oczekiwaną liczby wykonanych rzutów.

2. W urnie są 4 kule białe i 2 czarne. Losujemy jedną kulę, wkładamy ją z powrotem do urny dokładając również jedną kulę w tym samym kolorze, co wylosowana. Następnie znów losujemy jedną kulę. Niech X oznacza liczbę wylosowanych białych kul w dwóch losowaniach. Wyznaczyć funkcję prawdopodobieństwa zmiennej losowej X oraz obliczyć $E(X^2 - X + 1)$.

3. Zmienna losowa X ma rozkład dyskretny taki, że $S_X = \{-1, 0, k\}$ oraz
$$P(X = -1) = \frac{1}{3},\ P(X = 0) = \frac{1}{3k},\ P(X = k) = \frac{1}{k},$$
gdzie k jest pewną liczbą rzeczywistą. Wyznaczyć stałą k oraz obliczyć $V(3X + 1)$.

4. Staż pracy (w latach) pracowników pewnej firmy jest zmienną losową X o gęstości
$$f_X(x) = cx^2 \cdot \mathbf{1}_{[0;6]}(x),$$
gdzie c jest pewną liczbą rzeczywistą.
   (a) Wyznaczyć stałą c oraz dystrybuantę zmiennej losowej X;
   (b) Obliczyć prawdopodobieństwo, że staż pracy losowo wybranego pracownika tej firmy jest krótszy niż 2 lata;
   (c) Jaki jest średni staż pracy pracowników tej firmy? Ile wynosi odchylenie standardowe tego stażu pracy?

5. Dwaj studenci umówili się na Placu Politechniki między godziną 16^{00} i 17^{00}. Niech T oznacza czas oczekiwania osoby, która przyszła pierwsza, na drugą. Wyznaczyć dystrybuantę oraz gęstość zmiennej losowej T. Obliczyć ET.

6. Zmienna losowa X ma rozkład ciągły o gęstości
$$f_X(x) = \mathbf{1}_{[0;1]}(x).$$
Wartości X i $\frac{1}{2}$ dzielą przedział $[0;1]$ na trzy odcinki. Znaleźć średnią długość każdego z nich.