

Rachunek Prawdopodobieństwa i Statystyka

Z_5

1. Zmienna losowa X ma rozkład dyskretny taki, że $S_X = \{-1, 0, k\}$ oraz

$$P(X = -1) = \frac{1}{3}, \quad P(X = 0) = \frac{1}{3k}, \quad P(X = k) = \frac{1}{k},$$

gdzie k jest pewną liczbą rzeczywistą. Wyznaczyć stałą k oraz obliczyć $V(3X + 1)$.

2. Zmienna losowa X ma rozkład ciągły o gęstości

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & , \quad x \in (-1; 0) \\ \frac{1}{3} & , \quad x \in [0; 2) \\ 0 & , \quad \text{w p.p.} \end{cases} .$$

Wyznaczyć $V(1 - 2X)$ oraz $E|X|$.

3. Staż pracy (w latach) pracowników pewnej firmy jest zmienną losową X o gęstości

$$f_X(x) = \begin{cases} cx^2 & , \quad x \in [0; 6] \\ 0 & , \quad \text{w p.p.} \end{cases} .$$

- (a) Wyznaczyć stałą c oraz dystrybuantę zmiennej losowej X ;
(b) Obliczyć prawdopodobieństwo, że staż pracy losowo wybranego pracownika tej firmy jest krótszy niż 2 lata;
(c) Jaki jest średni staż pracy pracowników tej firmy? Ile wynosi odchylenie standardowe?
4. Przed gmachem uczelni stoi mężczyzna z ulotkami reklamującymi szkołę języka chińskiego. Prawdopodobieństwo zdarzenia, że losowo wybrana osoba, która wzięła taką ulotkę, zapisze się na kurs, jest równe 0.03. Obliczyć prawdopodobieństwo (wartość dokładną i korzystając z przybliżenia Poissona), że ze 150 osób, które wzięły ulotki, co najmniej 4 zapiszą się na kurs.
5. Na podstawie badań stwierdzono, że zmienna losowa X opisująca procent zanieczyszczeń w próbce rudy miedzi ma rozkład ciągły o gęstości

$$f_X(x) = \begin{cases} 12x^2 \cdot (1 - x) & , \quad x \in [0; 1] \\ 0 & , \quad \text{w p.p.} \end{cases} .$$

Wybrano niezależnie 4 próbki. Wyznaczyć prawdopodobieństwo, że

- (a) dokładnie jedna próbka zawiera ponad połowę zanieczyszczeń;
(b) co najmniej jedna próbka zawiera ponad połowę zanieczyszczeń.