

Rachunek Prawdopodobieństwa i Statystyka

Z_2

1. A, B, C są zdarzeniami z tej samej przestrzeni probabilistycznej takimi, że

$$P(A) = \frac{2}{5}, P(B|A) = \frac{1}{4}, P(C|A \cap B) = \frac{1}{2}, P(A \cup B) = \frac{3}{5}, P(C|B) = \frac{1}{3}.$$

Obliczyć $P(A|B \cap C)$.

2. Są dwie urny. W pierwszej jest 5 kul białych i 5 czarnych, w drugiej 3 białe i 7 czarnych. Z pierwszej urny wyjęto jedną kulę i przełożono do drugiej urny. Następnie z drugiej urny wylosowano jedną kulę. Jakie jest prawdopodobieństwo zdarzenia, że z drugiej urny wylosowano białą kulę?
3. Test na obecność pewnego wirusa w organizmie człowieka daje poprawną odpowiedź w 90% przypadków, gdy wirus jest rzeczywiście obecny, i w 70% przypadków, gdy wirus nie jest obecny. W przypadku pewnego pacjenta wynik testu był:
- (a) pozytywny (test wskazał obecność wirusa)
 - (b) negatywny (test nie wskazał obecności wirusa).

Wiadomo, że na 100 osób w całej populacji wirusem zarażona jest jedna osoba. Obliczyć prawdopodobieństwo, że pacjent jest zarażony.

4. Pewien śpioch musi wstać bardzo wcześnie (jak na śpiocha), aby nie spóźnić się na wykład. Ma wprawdzie 4 budziki, ale są one stare i bardzo zawodne. Prawdopodobieństwo, że nastawiony budzik zadzwoni o określonej godzinie jest dla każdego z nich równe 0,7. Budziki dzwonią niezależnie od siebie. Jeśli zadzwoni tylko 1 budzik, śpioch obudzi się z prawdopodobieństwem 0,3, jeśli zadzwonią 2, obudzi się z prawdopodobieństwem 0,6. Śpioch obudzi się na pewno, jeśli zadzwonią co najmniej 3 budziki. Obliczyć prawdopodobieństwo, że zostanie obudzony o określonej godzinie, jeśli nastawi wszystkie budziki.
5. Kanałem łączności przesyła się jeden z 3 ciągów bitów: 10011, 11011, 10101 z prawdopodobieństwami równymi odpowiednio 0,3, 0,3, 0,4. Poszczególne bity podlegają niezależnie od siebie losowym zakłóceniom w rezultacie czego 0 może być odczytane jako 1, zaś 1 jako 0. Prawdopodobieństwo błędnego odczytania jest dla każdego bitu równe 0,1. Odebrano ciąg 10111. Obliczyć prawdopodobieństwo, że nadany został ciąg 10101. Który z sygnałów został najprawdopodobniej nadany?
6. Rzucono 10 razy prawidłową kostką sześcienną. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w pierwszym rzucie otrzymano szóstkę, jeśli wiadomo, że
- (a) we wszystkich rzutach otrzymano dokładnie 3 szóstki
 - (b) w następnych 9 rzutach otrzymano same szóstki?