

Rachunek Prawdopodobieństwa i Statystyka

Z_4

1. Zmienna losowa X ma rozkład ciągły o dystrybuancie

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & , \quad x < 1 \\ a\sqrt{x} + b & , \quad 1 \leq x < 4 \\ 1 & , \quad x \geq 4 \end{cases} .$$

Wyznaczyć stałe a i b oraz gęstość zmiennej losowej X . Obliczyć $P(X^2 \leq 4)$.

2. Sprawdzić, czy istnieje $a \in \mathbb{R}$ przy którym funkcja

$$f(x) = \begin{cases} ax - 1 & , \quad x \in (0; 1) \\ 0 & , \quad \text{w p.p.} \end{cases} ,$$

jest gęstością rozkładu jednowymiarowej zmiennej losowej.

3. Zmienna losowa X ma rozkład ciągły o gęstości

$$f_X(x) = \begin{cases} a & , \quad x \in [-1; 0) \\ b(x^2 + x) & , \quad x \in [0; 1] \\ 0 & , \quad \text{w p.p.} \end{cases} ,$$

gdzie a i b są pewnymi liczbami rzeczywistymi. Wiadomo, że $P(X < 0) = \frac{1}{6}$.

(a) Wyznaczyć a i b oraz dystrybuantę zmiennej losowej X .

(b) Obliczyć $P\left(|X| > \frac{1}{2}\right)$.

4. Z urny zawierającej 4 kule oznaczone liczbami $-1, 0, 1, 2$ losujemy 2 kule. Niech X oznacza sumę liczb na wylosowanych kulach. Wyznaczyć średnią wartość zmiennej losowej X .
5. Zmienna losowa X ma rozkład dyskretny taki, że $S_X = \{0, 1, 2\}$ oraz

$$EX = 0,9, \quad EX^2 = 1,5.$$

Wyznaczyć funkcję prawdopodobieństwa oraz dystrybuantę zmiennej losowej X .

6. Dwaj studenci umówili się na Placu Politechniki między godziną 16^{00} i 17^{00} . Niech T oznacza czas oczekiwania osoby, która przyszła pierwsza, na drugą. Wyznaczyć średnią wartość zmiennej losowej T .

7. Zmienna losowa X ma rozkład ciągły o gęstości

$$f_X(x) = \begin{cases} 1 & , \quad x \in [0; 1] \\ 0 & , \quad x \notin [0; 1] \end{cases} .$$

Wartość X i $\frac{1}{2}$ dzielą przedział $[0; 1]$ na trzy odcinki. Znaleźć średnią długość każdego z nich.