

Metody Probabilistyczne i Statystyka

Z_2

1. A, B, C są zdarzeniami z tej samej przestrzeni probabilistycznej takimi, że

$$P(A) = \frac{2}{5}, P(B|A) = \frac{1}{4}, P(C|A \cap B) = \frac{1}{2}, P(A \cup B) = \frac{3}{5}, P(C|B) = \frac{1}{3}.$$

Obliczyć $P(A|B \cap C)$.

2. W urnie znajdują się 2 monety typu I ($P(O) = 1/4$), 2 monety typu II ($P(O) = 1$) i 1 moneta typu III (symetryczna). Wylosowano 1 monetę i rzucono nią dwa razy. Obliczyć prawdopodobieństwo, że

- (a) orzeł wypadł co najmniej raz;
- (b) wylosowano monetę typu I lub II, jeśli wiadomo, że w obu rzutach wypadł orzeł.

3. Test na obecność pewnego wirusa w organizmie człowieka daje poprawną odpowiedź w 90% przypadków, gdy wirus jest rzeczywiście obecny, i w 70% przypadków, gdy wirus nie jest obecny. W przypadku pewnego pacjenta wynik testu był:

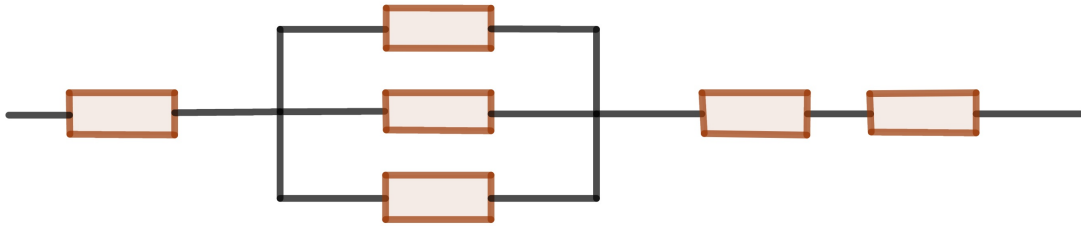
- (a) pozytywny (test wskazał obecność wirusa);
- (b) negatywny (test nie wskazał obecności wirusa).

Wiadomo, że na 100 osób w całej populacji wirusem zarażona jest jedna osoba. Obliczyć prawdopodobieństwo, że pacjent jest zarażony.

4. Podczas kontroli technicznej wyroby wadliwe są odrzucane z prawdopodobieństwem 0,9, zaś wyroby dobre z prawdopodobieństwem 0,05. Stwierdzono, że na rynku znajduje się 1% wadliwych wyrobów. Jaki procent wadliwych wyrobów produkuje ta fabryka?
5. Pewien śpioch musi wstać bardzo wcześnie (jak na śpiocha), aby nie spóźnić się na wykład. Ma wprowadzić 4 budziki, ale są one stare i bardzo zawodne. Prawdopodobieństwo, że nastawiony budzik zadzwoni o określonej godzinie jest dla każdego z nich równe 0,7. Budziki dzwonią niezależnie od siebie. Jeśli zadzwoni tylko 1 budzik, śpioch obudzi się z prawdopodobieństwem 0,3, jeśli zadzwonią 2, obudzi się z prawdopodobieństwem 0,6. Śpioch obudzi się na pewno, jeśli zadzwonią co najmniej 3 budziki. Obliczyć prawdopodobieństwo, że zostanie obudzony o określonej godzinie, jeśli nastawi wszystkie budziki.
6. Kanałem łączności przesyła się jeden z 3 ciągów bitów: 10011, 11011, 10101 z prawdopodobieństwami równymi odpowiednio 0,3, 0,3, 0,4. Poszczególne bity podlegają niezależnie od siebie losowym zakłóceniom w rezultacie czego 0 może być odczytane jako 1, zaś 1 jako 0. Prawdopodobieństwo błędnego odczytania jest dla każdego bitu równe 0,1. Odebrano ciąg 10111. Obliczyć prawdopodobieństwo, że nadany został ciąg 10101. Który z sygnałów został najprawdopodobniej nadany?

Zadanie 7. na następnej stronie

7. Na poniższym schemacie przekaźniki działają niezależnie od siebie. Prawdopodobieństwo działania każdego z przekaźników wynosi $p \in (0; 1)$.



Obliczyć prawdopodobieństwo, że sygnał zostanie przekazany.