

## Metody Probabilistyczne i Statystyka

$Z_5$

1. Pewien schemat składa się z 2000 jednakowych elementów o niezawodności 0,995 każdy. Elementy te ulegają awarii niezależnie od siebie. Schemat przestaje działać, gdy awarii ulegną co najmniej 4 elementy. Obliczyć prawdopodobieństwo tego zdarzenia (wartość dokładną oraz korzystając z przybliżenia Poissona).
2. Na podstawie badań stwierdzono, że zmienna losowa  $X$  opisująca procent zanieczyszczeń w próbce rudy miedzi ma rozkład ciągły o gęstości

$$f_X(x) = \begin{cases} 12x^2(1-x) & , \quad x \in [0; 1] \\ 0 & , \quad \text{w p.p.} \end{cases}.$$

Wybrano niezależnie 4 próbki. Wyznaczyć prawdopodobieństwo, że

- (a) dokładnie jedna próbka zawiera ponad połowę zanieczyszczeń;
  - (b) co najmniej jedna próbka zawiera ponad połowę zanieczyszczeń.
3. Automat produkuje kulki metalowe o średnicy  $X$  będącej zmienną losową o rozkładzie jednostajnym w przedziale  $[0, 4; 0, 6]$ . Za zgodne z normą uznaje się kulki o średnicy z przedziału  $[0, 41; 0, 59]$ .
    - (a) Obliczyć prawdopodobieństwo, że losowo wybrana z produkcji kulka spełnia wymagania normy;
    - (b) Jaka jest najbardziej prawdopodobna liczba kulek spełniających wymagania normy wśród 1000 kulek?
  4. Zmienna losowa  $X$  ma rozkład  $N(2, 4)$ .
    - (a) Obliczyć  $P(|X + 1| \leq 5)$ ;
    - (b) Na podstawie wykresu gęstości zmiennej losowej  $X$  zdecydować, czy:
      - $P(X > 6) < \frac{1}{2}$ ;
      - $P(X < 0) + P(X < 4) = 1$ ;
      - $P(-4 < X < 8) > P(10 < X < 17)$ .
  5. Miesięczne wynagrodzenie (w zł) pracowników pewnej firmy jest zmienną losową o rozkładzie  $N(4000, \sigma^2)$ .
    - (a) Wyznaczyć wartość parametru  $\sigma$  wiedząc, że 15,87% pracowników tej firmy zarabia nie więcej niż 2400 zł;
    - (b) Jaka część pracowników tej firmy osiąga miesięczne wynagrodzenie należące do przedziału (4000 zł; 5600 zł)?
  6. Stwierdzono, że natężenie prądu w badanym obwodzie ma rozkład  $N(10 \text{ mA}, (2 \text{ mA})^2)$ . Wyznaczyć wartość natężenia, która nie jest przekraczana z prawdopodobieństwem 0,98.
  7. Długość ogórków pewnej odmiany ma rozkład  $N(21 \text{ cm}, (3 \text{ cm})^2)$ . Producent ogórków postanowił posortować wszystkie zebrane ogórki (tej odmiany) na trzy równe ilościowo grupy. Jakie wartości długości powinien przyjąć jako krańce przedziałów dla poszczególnych grup?