

## Metody Probabilistyczne i Statystyka

$Z_1$

1.  $A$  i  $B$  są zdarzeniami z tej samej przestrzeni probabilistycznej takimi, że

$$P(A') = \frac{1}{3}, \quad P(A \cap B) = \frac{1}{4}, \quad P(A \cup B) = \frac{2}{3}.$$

Obliczyć  $P(B')$  oraz  $P(A \cap B')$ .

2. Urna zawiera 3 kule czerwone i 4 białe. Losujemy 3 kule (bez zwracania). Obliczyć prawdopodobieństwo, że:
- Wszystkie wylosowane kule będą czerwone;
  - Wylosowane zostaną 2 kule czerwone i 1 biała;
  - Wszystkie wylosowane kule będą w tym samym kolorze.
3. Obliczyć prawdopodobieństwo, że równanie  $x^2 + 2ax + b = 0$  ma dwa dodatnie pierwiastki rzeczywiste, jeśli  $a$  jest wielkością losową z przedziału  $[-2; 2]$ , zaś  $b$  jest wielkością losową z przedziału  $[-1; 1]$ .
4. Ustawiamy w pewnej kolejności  $n$  różnych przedmiotów, gdzie  $n \geq 2$ . Następnie mieszamy je ze sobą i ustawiamy ponownie w przypadkowy sposób (zakładamy, że wszystkie ustawienia są jednakowo prawdopodobne). Stosując zasadę włączeń i wyłączeń obliczyć prawdopodobieństwo, że co najmniej jeden z tych przedmiotów stoi na poprzednio zajmowanym miejscu.
5. Dwa pociągi:  $A$  i  $B$  przyjadą, niezależnie od siebie, do stacji Warszawa Centralna. Pociąg  $A$  pojawi się tam między  $13^{00}$  a  $13^{10}$ , pociąg  $B$  między  $13^{00}$  a  $13^{20}$ . Pociąg  $A$  spędzi na stacji 15 minut, pociąg  $B$  - 10 minut. Obliczyć prawdopodobieństwo, że:
- Pociąg  $B$  przyjedzie na stację wcześniej, niż pociąg  $A$ ;
  - Oba pociągi spotkają się na stacji.
6. Bolek i Lolek rzucają na zmianę prawidłową kostką sześcienną do momentu, aż któryś z nich wyrzuci dwójkę lub trójkę. Zabawę rozpoczyna Bolek. Obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia, że Bolek i Lolek rzucają tyle samo razy.
7. Latarnia morska  $A$  w momencie jej uruchomienia nadaje sygnał świetlny trwający 2 sekundy. Następnie po 8-sekundowej przerwie znów nadaje sygnał trwający 2 sekundy, itd. Latarnia morska  $B$  w momencie jej uruchomienia nadaje sygnał świetlny trwający 3 sekundy. Następnie po 12-sekundowej przerwie znów nadaje sygnał trwający 3 sekundy, itd. Obliczyć prawdopodobieństwo, że w losowo wybranym momencie czasu w pierwszej minucie po jednoczesnym uruchomieniu obu latarni:
- Obie latarnie świecą jednocześnie;
  - Świeci dokładnie jedna latarnia;
  - Świeci przynajmniej jedna latarnia.