

1. Korzystając z własności transformaty Laplace'a obliczyć \mathcal{L} -transformaty funkcji:

(a) $f(t) = t \cdot \cos \omega t$

(b) $f(t) = \operatorname{ch}(\omega t)$

(c) $f(t) = \mathbf{1}(t - 2) \cdot \operatorname{ch}(t - 2)$

2. Obliczyć splot funkcji $f_1 * f_2$ z definicji lub korzystając z tw. Borela, gdy

(a) $f_1(t) = \mathbf{1}(t) \cdot e^{-t}$, $f_2(t) = \mathbf{1}(t) \cdot e^{-2t}$

(b) $f_1(t) = f_2(t) = \mathbf{1}(t) - \mathbf{1}(t - 1)$

3. Rozwiązać metodą operatorową równania

(a) $x''(t) + x(t) = 10e^t$, $x(0^+) = 5$, $x'(0^+) = 4$

(b) $x''(t) - 3x'(t) = 4 - 12t$, $x(0^+) = 1$, $x'(0^+) = -3$

(c) $x''(t) - 3x'(t) + 2x(t) = te^t$, $x(0^+) = 1$, $x'(0^+) = 0$

(d) $x''(t) + 5x'(t) + 4x(t) = 4t + 5$, $x(0^+) = 2$, $x'(0^+) = -1$

(e) $x'(t) - 2 \int_0^t x(\tau) \cos(t - \tau) d\tau = 0$, $x(0^+) = 4$