Analiza 2 – Inżynieria Biomedyczna

Z_5

1. Wyznaczając potencjał odpowiedniego pola wektorowego, obliczyć całki

   (a) $\int\limits_{\widehat{AB}} 2x\ln x dx + \frac{2y}{y^2-1}dy$, gdzie $\widehat{AB}$ jest dowolnym łukiem kawałkami gładkim o początku $A=(\frac{1}{e},\frac{1}{2})$ i końcu $B=(e,0)$, położonym w I ćwiartce układu OXY, poniżej prostej $y=1$;

   (b) $\int\limits_{\widehat{AB}} (3x^2-2xy+y^2)dx+(2xy-x^2-3y^2)dy$ po dowolnym łuku gładkim o początku $A=(2,-1)$ i końcu $B=(1,0)$;

2. Wykazać, że wartość podanej całki nie zależy od drogi całkowania, a następnie obliczyć jej wartość.

   (a) $\int\limits_{\widehat{AB}} (2x\cos y - y^2\sin x)dx + (2y\cos x - x^2\sin y)dy$ po dowolnym łuku gładkim o początku $A=(\pi,0)$ i końcu $B=(\pi,\pi)$;

   (b) $\int\limits_{\widehat{AB}} (2x+2ye^{2xy})dx+(2xe^{2xy}+2)dy$, gdy $\widehat{AB}$ jest dowolną krzywą kawałkami gładką skierowaną od $A=(1,0)$ do $B=(2,\ln 2)$.

3. Obliczyć całkę krzywoliniową nieskierowaną $\int\limits_L \frac{dl}{2+xy}$ po odcinku $L=\overline{AB}$, gdzie $A=(0,1)$, $B=(1,0)$.

4. Wyznaczyć współrzędne środka masy (x_m, y_m)

   (a) jednorodnej łamanej ABC (składa się ona z dwóch odcinków),

   (b) jednorodnej łamanej ABCD (składa się ona z trzech odcinków),

   gdzie $A=(0,1)$, $B=(0,0)$, $C=(1,0)$, $D=(1,1)$.

Jeśli $\varrho(x,y)$ jest gęstością masy łuku L, to całka $M=\int\limits_L \varrho(x,y)dl$ wyraża masę tego łuku.

Całki $M_X=\int\limits_L y\varrho(x,y)dl$ i $M_Y=\int\limits_L x\varrho(x,y)dl$ przedstawiają momenty statyczne łuku L: M_X – względem osi OX, M_Y – względem osi OY.

Współrzędne środka masy łuku L o gęstości $\varrho(x,y)$ wyrażają się następująco:

$$(x_m, y_m) = \Big(\frac{M_y}{M}, \frac{M_x}{M}\Big).$$