

Analiza 2 – Inżynieria Biomedyczna
 Z_2

1. Używając całki podwójnej obliczyć objętość

(a) ostrosłupa o wierzchołkach: $(0, 0, 0)$, $(2, 0, 0)$, $(0, 2, 0)$, $(0, 0, 2)$;

(b) bryły ograniczonej powierzchniami: $y = x^2$, $y = 4$, $z = 0$, $x + y + z = 9$.

2. Przy pomocy całki podwójnej obliczyć pole figury ograniczonej krzywymi:
 $y = \ln x$, $y = \ln(ex)$, $y = 0$ oraz $x = e$.

3. Obliczyć całkę podwójną

(a) $\iint_{\bar{D}} y dx dy$, gdzie $\bar{D} = \{(x, y) : 4 \leq x^2 + y^2 \leq 5, y \geq x\}$.

(b) $\iint_{\bar{D}} (10 + 5x - 4y^2) dx dy$, gdzie $\bar{D} = \{(x, y) : (x + 1)^2 + 4y^2 \leq 4\}$.

(c) $\iint_{\bar{D}} (x - y) dx dy$, gdzie $\bar{D} = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 4, x + y \geq 2\}$.

(d) $\iint_{\bar{D}} |x^2 + y^2 - 1| dx dy$, gdzie $\bar{D} = [-1, 1] \times [0, 3]$.

4. Wyznaczyć środek masy jednorodnej cienkiej prawej połowy koła: $x^2 + y^2 \leq R^2$.

5. Obliczyć objętość bryły

(a) wyciętej z kuli $x^2 + y^2 + z^2 \leq 9$ walcem $x^2 + y^2 = 1$ i zawierającej punkt $(0, 0, 2)$;

(b) wyciętej z kuli $x^2 + y^2 + z^2 \leq 9$ walcem $x^2 + y^2 = 3x$ i zawierającej punkt $(2, 0, 0)$;

(c) ograniczonej stożkiem $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = z^2$ i paraboloidą $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 2z$.