kolokwium I Analiza 2 – Inżynieria Biomedyczna

(2016)

1. Zamienić kolejność całkowania w podanych całkach iterowanych

$$\int_{0}^{2}\int_{-\sqrt{8x}}^{2x} f(x,y)dydx + \int_{2}^{\frac{9}{4}}\int_{-\sqrt{8x}}^{\sqrt{8x}} f(x,y)dydx + \int_{\frac{9}{4}}^{8}\int_{-\sqrt{8x}}^{24-4x} f(x,y)dydx.$$

2. Obliczyć całkę potrójną $\iiint\limits_{\overline{V}} \frac{2z}{x^2+y^2+z^2+4}dxdydz$,

   gdzie $\overline{V} = \{(x,y,z):\ x \leqslant 0,\ z \leqslant 0,\ 2 \leqslant x^2+y^2+z^2 \leqslant 4\}$.

3. Obliczyć całkę krzywoliniową skierowaną $\int\limits_{\widehat{AB}} e^x dx + ye^y dy$,

   gdzie $\widehat{AB}$ jest łukiem paraboli $y^2 = x-1$ o początku $A(2,1)$ i końcu $B(1,0)$.

4. Uzasadnić niezależność podanej całki od drogi całkowania
   i wyznaczając odpowiedni potencjał obliczyć całkę krzywoliniową skierowaną

$$\int\limits_{\widehat{AB}} (e^{2y} - 3x^2y)dx + (2xe^{2y} - x^3)dy$$

   po dowolnym łuku gładkim o początku A(-1,0) i końcu $B(1,1)$.

(2017)

1. Obliczyć $\iint\limits_{\overline{D}} |x-y^2|dxdy$, gdzie $\overline{D} = [0;1]\times[0;2]$.

2. Obliczyć całkę potrójną $\iiint\limits_{\overline{V}} (z-y)dxdydz$,

   gdzie $\overline{V} = \{(x,y,z):\ x^2+y^2 \leqslant 4,\quad x \geqslant |y|,\quad x^2+y^2 \leqslant z \leqslant 6\,\}$.

3. Obliczyć całkę krzywoliniową skierowaną $\int\limits_{\widehat{AB}} (x+y)dx + xdy$,

   gdzie $\widehat{AB}$ jest górnym łukiem okręgu $(x-1)^2+y^2 = 1$ o początku $A(0,0)$ i końcu $B(2,0)$.

4. Uzasadnić niezależność podanej całki od drogi całkowania
   i wyznaczając odpowiedni potencjał obliczyć całkę krzywoliniową skierowaną

$$\int\limits_{\widehat{AB}} (y^2\cos x + 2xe^y)dx + (x^2e^y + 2y\sin x)dy$$

   po dowolnym łuku gładkim o początku A(1,0) i końcu $B(\pi,1)$.

(2018)

1. Obliczyć całkę podwójną $\iint\limits_{\overline{D}} (2x - e^y)dxdy$, po obszarze $\overline{D}$ ograniczonym przez krzywe: $y = 0,\ y = 1,\ x = 4,\ y = \ln x$.

2. Obliczyć całkę potrójną $\iiint\limits_{\overline{V}} \frac{4z}{x^2 + y^2 - 2}dxdydz$, gdzie $\overline{V} = \{(x, y, z) :\ y \geqslant 0,\ 4 \leqslant x^2 + y^2 \leqslant 8,\ 1 \leqslant z \leqslant \sqrt{x^2 + y^2}\}$.

3. Obliczyć całkę krzywoliniową skierowaną $\int\limits_{\widehat{AB}} ydx + (3x + y)dy$, gdzie $\widehat{AB}$ jest dolnym łukiem okręgu $x^2 + (y-1)^2 = 1$ o początku $A(-1, 1)$ i końcu $B(1, 1)$.