

Sztuka i Techniki Negocjacji 7

prof. dr hab. inż. Andrzej P. Wierzbicki

1 października 2003

Wykład 7. Teoria gier a negocjacje

7.1 Podstawowe pojęcia teorii gier

Przedmiotem teorii gier jest *analiza modeli matematycznych konfliktu i kooperacji pomiędzy inteligentnymi i racjonalnymi decydentami*, zwanymi *graczami*. Dlatego też teoria gier jest w zasadzie częścią *teorii decyzji*.

Przez wiele lat badań wykształcił się specyficzny paradygmat teorii gier: jej celem miało być *przewidywanie wyników sytuacji growych* – konfliktowych bądź kooperacyjnych – pomiędzy *racjonalnymi graczami*, kierującymi się maksymalizacją swej wygranej, lub, w bardziej złożonych przypadkach, funkcji użyteczności – oraz umiemyjącymi w pełni ocenić (w sensie probabilistycznym) skutki decyzji swoich i innych graczy, przy założeniu znajomości także innych funkcji użyteczności. Założenia te są bardzo silne, w praktyce bowiem:

- nie znamy funkcji użyteczności (co najwyżej – potrafimy określić wielokryterialne cele) innych graczy;
- nie potrafimy w pełni oceniać wyników wszystkich możliwych decyzji własnych i innych graczy nawet w sytuacjach, gdy niepewność co do tych wyników daje się modelować probabilistycznie;
- oprócz niepewności o charakterze probabilistycznym, występują różne inne rodzaje niepewności.

Dlatego też o graczu zachowującym się w pełni zgodnie z paradygmatem teorii gier mówi się niekiedy jako o *graczu superracjonalnym* – potrafiącym w pełni oceniać rezultaty sytuacji z niepewnością oraz motywacje innych graczy.

Pojęcie superracjonalności można jednak traktować jako część mechanistycznego rozumienia świata, typowego dla epoki cywilizacji przemysłowej. Wspomniane wcześniej pojęcie chaosu wskazuje, że jest istotna różnica pomiędzy *przewidywaniem a zrozumieniem*. Przy tych zastrzeżeniach co do paradygmatu teorii gier, jest ona jednak ważnym narzędziem *wyjaśniania* świata.

7.2 Podstawowe typy modeli lub postaci gier

Rozróżnia się wiele postaci gier, najważniejsze są trzy rodzaje:

- Postać ekstensywna gry: drzewo logiczne możliwych działań, kolejnych ruchów, pozyskiwania informacji itp. Zalety: najbardziej ogólna, można za jej pomocą opisać gry dynamiczne itp. Wady: eksplozja złożoności, trudność uzasadnienia superracjonalności graczy.
- Postać normalna gry: dane funkcje wygranej każdego gracza zależne od decyzji wszystkich n graczy. Decyzje dopuszczalne:

$$\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_i, \dots, x_n)^T, \mathbf{x} \in X_0 = \prod_{i=1}^n X_{0i} \quad (1)$$

Znaczenie założenia o niezależności decyzji dopuszczalnych. Funkcje wygranej każdego gracza:

$$y_i = f_i(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n), \quad i = 1, \dots, n \quad (2)$$

Zalety: postać bardziej zwarta, syntetyzuje informacje. Wady: może ukrywać wartość działań mających na celu pozyskanie informacji; przejście z postaci ekstensywnej do normalnej może być trudne.

- Postać koalicyjna: wartości najlepszych możliwych wygranych dla każdego gracza i każdej koalicji kilku (aż do n) graczy w grze przeciwko innym graczom czy koalicjom. Zalety: syntetyzuje informacje o punktach równowagi; praktycznie jedyna forma adekwatna do analizy złożonych gier koalicyjnych. Wady: w ciekawych przypadkach niejednoznaczności równowag nie ma jednoznacznych wygranych a więc postać strategiczna w istocie nie istnieje.

Istnieje też wiele innych szczegółowych postaci gier, np. użyteczną formą zapisu gier prostszych jest postać (jedno- lub wielo-) macierzowa gry – przy założeniu skończonej liczby decyzji każdego gracza, przedstawienie wszystkich możliwych decyzji i odpowiadających im wygranych w postaci odpowiednich macierzy.

7.3 Punkt równowagi Nasha.

Definiowany dla gry w postaci normalnej jako taka (łączna) decyzja graczy $\mathbf{x}^* \in X_0$, że:

$$f_i(x_1^*, \dots, x_i^*, \dots, x_n^*) \geq f_i(x_1^*, \dots, x_i, \dots, x_n^*), \quad \forall \mathbf{x} \in X_0, \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (3)$$

Decyzja taka dla danej postaci gry nie musi istnieć; problemy istnienia punktu równowagi są jednym z centralnych zagadnień matematycznej teorii gier. Przy rozsądnych założeniach można jednak wykazać istnienie punktu równowagi dla gier w postaci normalnej; znacznie trudniej natomiast wykazać jego jednoznaczność.

7.4 Gry macierzowe o sumie zerowej

Jeden z prostszych modeli gry dotyczy przypadku, gdy dwóch graczy ma do wyboru każdy skończoną liczbę (niekoniecznie taką samą) decyzji dyskretnych, oraz wygrana jednego gracza jest przegraną drugiego. Jest to gra macierzowa o sumie zerowej (ogólniej - stałej). Celem prostego jej zapisu, zmieniamy tu oznaczenia (w porównaniu z ogólną postacią normalną gry):

- $i = 1, \dots, n$ – decyzje pierwszego gracza (uwaga: tu n oznacza nie liczbę graczy, tylko liczbę różnych decyzji pierwszego gracza);
- $j = 1, \dots, m$ – decyzje drugiego gracza (uwaga j.w);
- a_{ij} – wypłaty (np. dla pierwszego gracza od drugiego) przy decyzjach i, j ;
- $\mathbf{A} = [a_{ij}]$ – macierz wypłat.

Jeśli dodatkowo wprowadzimy wektory decyzji $\mathbf{w} \in W_0$ oraz $\mathbf{z} \in Z_0$ pierwszego i drugiego gracza (są to wektory o jednej składowej 1 – np. na pozycjach i, j , jeśli takie były decyzje obu graczy – oraz pozostałych składowych zerowych), to całą grę sprowadzimy do *zadania minimaxowego* lub *poszukiwania punktu siodłowego*:

$$\min_{\mathbf{z} \in Z_0} \max_{\mathbf{w} \in W_0} \mathbf{z}^T \mathbf{A} \mathbf{w} \quad (4)$$

Okazuje się jednak, że dla dowolnej macierzy \mathbf{A} punkt siodłowy powyższego zadania nie musi istnieć. W związku z tym wprowadzono następujące uogólnienie tego zadania. Decyzje $\mathbf{w} \in W_0$ oraz $\mathbf{z} \in Z_0$ określone jak wyżej nazwiemy *strategiami czystymi*, a uogólnimy zadanie traktując je jako szczególne przypadki *strategii mieszanych* – czyli takich, w których wektory $\mathbf{w} \in W_1$ oraz $\mathbf{z} \in Z_1$ mają wszystkie składowe pomiędzy zero a jednością oraz sumujące się do jedności, a więc mogą być interpretowane jako rozkłady prawdopodobieństwa poszczególnych decyzji i oraz j – tak, jakby obaj gracze jednocześnie stosowali niezależne generatory liczb losowych dla wyboru swoich decyzji (a ich właściwa decyzja sprowadzała się do określenia rozkładu prawdopodobieństwa).

Łatwo sprawdzić, że funkcja $\mathbf{z}^T \mathbf{A} \mathbf{w}$ jest wtedy wartością oczekiwaną wygranej pierwszego gracza (i przegranej drugiego). Jej wartość siodłową – jeśli punkt siodłowy istnieje – nazywamy *wartością gry*. Podstawowy rezultat teorii gier macierzowych o sumie zerowej mówi, że *dla gry o sumie zerowej ze strategiami mieszanymi zawsze istnieje punkt siodłowy o jednoznacznie określonej wartości gry*. Innymi słowy, można w niej wyznaczyć w pewnym sensie jednoznaczny punkt równowagi Nash'a –

pojęcie równowagi Nasha jest w istocie uogólnieniem pojęcia punktu siodłowego; decyzje równowagowe nie muszą być przy tym jednoznaczne, ale nie ma to większego znaczenia, skoro wartość gry jest określona jednoznacznie.

Można przy tym wykazać (zob. np. Myerson w spisie literatury), że punkt siodłowy dla gry macierzowej o sumie zerowej wyznaczony jest poprzez rozwiązanie dwóch dualnych względem siebie zadań programowania liniowego. Można też sprawdzić, że po dodaniu do każdego elementu macierzy gry stałej c , macierz o elementach $a_{ij} + c$ daje (co po zastanowieniu oczywiste) taki sam punkt siodłowy, jak macierz o elementach a_{ij} ; macierze takie nazywa się *strategicznie równoważnymi*.

7.5 Gry macierzowe o sumie niezerowej

Większość praktycznych sytuacji growych jest jednak bardziej skomplikowana, niż gry o sumie zerowej – suma wygranych obu graczy nie jest stała (jak w starym przysłowiu *"gdzie dwóch się kłóci..."* – nawet, jeśli jest tylko dwóch graczy, to mogą oni wносить pewne wpłaty na korzyść strony trzeciej, np. dwóch przedsiębiorców płacących podatki).

Gry o sumie niezerowej lub niestałej dla dwóch graczy opisywane być mogą dwoma macierzami, np. macierzą **A** określającą wygrane pierwszego gracza i macierzą **B** wygranych drugiego gracza (w przypadku gier o sumie zerowej mamy po prostu $\mathbf{B} = -\mathbf{A}$). Gry o sumie zerowej (lub stałej) mają zawsze dobrze określoną wartość gry (w strategiach mieszanych); gry o sumie niestałej mogą mieć wiele rozwiązań równowagowych Nash'a, którym odpowiadają zupełnie odmienne wartości wypłat dla poszczególnych graczy.

Ponadto, w grach o sumie niestałej pojawia się możliwość kooperacji graczy w celu maksymalizacji wspólnego wyniku; rozwiązanie niekooperatywne Nash'a wcale nie musi być rozwiązaniem *sprawnym*, *Pareto-optymalnym* – czyli takim, którego nie można poprawić w sensie wygranych obu graczy. Ilustruje to następujący przykład.

Przykład: "Dylemat więźnia" (*Prisoners Dilemma*):

x_1, x_2	Cooperate - C	Defect - D
C	c, c	d, a
D	a, d	b, b

$$a < b < c < d$$

Interpretacja (o zabarwieniu negatywnym; jest też wiele innych interpretacji, o odmiennych zabarwieniach, ale ta akurat jest klasyczna) tego przykładu jest następująca. Złapano dwóch przestępców. Policja proponuje każdemu z nich z osobna umowę: za przyznanie się i zdradzenie kolegi po fachu - obniżenie wyroku. Możliwe są rozwiązania:

- obaj nie przyznali się - obaj dostają po c (np. po -3 lata więzienia, gdzie znak "-" odpowiada założeniu, że funkcje wypłat są maksymalizowane);
- gdy jeden się przyzna, to dostanie d (np. -1 rok), gdy drugi będzie odmawiał zeznań, ale będzie obciążony zeznaniami pierwszego, to dostanie a (np. -8 lat);
- gdy obaj się przyznają, to obaj dostaną po b (np. po -5 lat).

Równowagą niekooperatywną Nash'a jest, jak łatwo sprawdzić, przyznanie się obu. Ilustracja graficzna na wykładzie.

Dylemat więźnia jest tylko jednym z przykładów całej klasy gier o sumie niezerowej, zwanych "pułapkami racjonalności", ilustrujących zwodniczość czy trudności interpretacyjne niektórych założeń teorii gier.

Przykład: "Gra w tchórza" (*Game of Chicken*):

Istotną modyfikację gry, zwanej dylematem więźnia, uzyskujemy po stosunkowo małej zmianie założeń: zamiast $a < b < c < d$, przyjmijmy $b < a < c < d$ w odpowiedniej tabeli wygranych. Powtarzamy poniżej tę tabelę ze zmienionymi opisami decyzji graczy, gdyż odpowiada to odmiennej interpretacji – t.zw. grze w tchórza (*game of chicken*), gdzie S odpowiada ustępstwu natomiast P nieustępliwości (przyjeździe na zderzenie dwóch samochodów):

x_1, x_2	Persist - P	Swerve - S
P	c, c	d, a
S	a, d	b, b

$$b < a < c < d$$

Interpretacja: dwa samochody wyjeżdżają naprzeciwko siebie, aby sprawdzić, który z kierowców jest odważniejszy; ten, który ustąpi z drogi, nazywany jest tchórzem. Ilustracja graficzna przestrzeni wypłat – na wykładzie.

W przykładzie tym pojęcie równowagi gry nie pozwala na przewidywanie jej rezultatu, gdyż dwie odmienne pary decyzji (P,S) i (S,P) są w pełni symetrycznymi, równo uprawnionymi punktami równowagi Nasha (jeśli jest się pewnym, że przeciwnik nie ustąpi, to racjonalne jest ustąpić; ale tak mogą rozumować obie strony, i starać się wymusić ustępstwo przeciwnika). W rezultacie, rozwiązaniem takiej gry może być równie dobrze punkt nierównowagowy (P,P), wynikający z nieustępliwości obu graczy. Przykład ten jest bardzo ważny, gdyż stanowi on prototypową *sytuację eskalacji konfliktu* – taką, że w przypadku wielu rozwiązań równowagowych obstawanie obu graczy przy strategiach, które by prowadziły by (gdyby gracz przeciwny zachował się "racjonalnie" i ustąpił) do najlepszego dla nich wyniku, daje w rezultacie jednak rozwiązania nierównowagowe i to gorsze dla obu graczy.

Przykład: "Walka płci" (*Battle of Sexes*):

Inna z pułapek racjonalności zwana jest – niezbyt trafnie – walką płci (*battle of sexes*). Gra ta interpretowana jest następująco: gracz pierwszy lubi chodzić do filharmonii (Ph), gracz drugi - na mecze piłkarskie (Ft), ale przede wszystkim chcieliby być razem (lub po prostu spotkać się). Jeśli nie weźmiemy pod uwagę możliwości bezpośredniej koordynacji decyzji w drodze umowy (zwykłego porozumienia przez telefon), to grę tę opiszemy w następującej postaci dwumacierzowej:

x_1, x_2	Philharmonic - Ph	Football - F
Ph	$a_{11} = 11, b_{11} = 10$	$a_{12} = 0, b_{12} = 0$
Ft	$a_{21} = 1, b_{12} = 1$	$a_{22} = 10, b_{22} = 11$

gdzie przyjęto konkretne wartości wygranych, czy raczej użyteczności decyzji graczy: 10 punktów za spotkanie, 1 punkt za ulubioną formę rozrywki. Równowagami Nasha są tu pary decyzji (Ph,Ph) i (Ft,Ft) - bo jeśli wiadomo, że ona (on) pójdzie do filharmonii (na mecz piłkarski), to lepiej odpowiednio dostosować swoją decyzję. Obstawanie przy ulubionej formie rozrywki nie daje wprawdzie rezultatu najgorszego (jak w grze w tchórza), ale niezbyt zadowolający.

Jeśli jest to gra powtarzalna i ma sens rozpatrywanie strategii mieszanych – prawdopodobieństw pójścia do filharmonii i na mecz pierwszego i drugiego gracza – to można wyznaczyć jeszcze jedną równowagę w strategiach mieszanych. Odpowiada ona prawdopodobieństwom (w tym przypadku) 11/20 pójścia na rozrywkę preferowaną oraz jednakowym wartościom oczekiwanym użyteczności y_1 oraz y_2 obu graczy, $Ey_1 = Ey_2 = 4,95$. Wartości te są jednak niskie w porównaniu z dwoma równowagami w strategiach czystych; w dodatku, równowaga w strategiach mieszanych jest niestabilna (jakikolwiek odchylenie od strategii równowagowych powoduje zwiększenie tego odchylenia i przejście do którejś z równowag w strategiach czystych). Ilustracja graficzna pojęcia niestabilności równowagi – na wykładzie.

Z przykładu tego nie wynika bynajmniej, że w tej sytuacji jedna ze stron musi ustąpić i niemożliwe jest rozsądne rozwiązanie symetryczne. *Przykład ten ilustruje tylko ograniczenia teorii gier w zastosowaniu do negocjacji*: rozsądnym rozwiązaniem jest bowiem zrzucenie pychy z serca i umówienie się przez telefon, że jutro idziemy oboje do filharmonii, a następnym razem – oboje na mecz.

7.6 Pojęcie ewolucji kooperacji i strategia "tit for tat"

Różne paradoksy teorii gier motywowały wielu badaczy do rozszerzenia jej interpretacji. W badaniach teoretycznych prowadziło to zazwyczaj do obrony paradygmatu np. poprzez różnorodne sposoby wzmocnienia założeń i modyfikacje definicji rozwiązań równowagowych tak, aby były one jednoznaczne. Badania skierowane bardziej na zastosowania teorii gier wskazują jednak, że "ograniczona racjonalność" postępowań

ludzkich – w przeciwieństwie do *"superracjonalności"* – jest raczej regułą niż wyjątkiem. Znamienne jest bowiem, że stosowane dość powszechnie w wielu dziedzinach (ekonomia, wojskowość itp.) *gry symulacyjne (gaming)* rozwinęły się jako dziedzina niezależna od teorii gier (*game theory*), niewiele wykorzystując z jej rezultatów.

A. Rapoport i R. Axelrod w swych badaniach rozpatrywali pytanie: a *jak ludzie faktycznie rozwiązują dylematy*, ilustrowane przez "pułapki racjonalności" w teorii gier? A. Rapoport zajmował się przy tym analizą opisową i eksperymentalną, jak ludzie faktycznie postępują w sytuacjach konfliktowych (zob. spis literatury). R. Axelrod prowadził najpierw badania historyczne sposobów unikania pułapek racjonalności, potem zajął się symulacją komputerową porównań różnych strategii postępowania - które można podzielić na klasy *"egoistycznie zachłannych"* i *"racjonalnego altruizmu"*. Strategie te porównywał *w ujęciu ewolucyjnym*, to jest przy założeniu gry powtarzalnej, z możliwością zwielokrotnienia ("rozmnażania") strategii uzyskujących największe liczby punktów. Zorganizował kilka – otwartych dla wszystkich specjalistów w zakresie teorii gier – takich konkursów strategii rozwiązywania powtarzalnego "dylematu więźnia". Zaskoczeniem dla wielu specjalistów był fakt, że w kolejnych konkursach konsekwentnie najlepszą okazywała się strategia "racjonalnego altruizmu", zwana *"tit for tat"*, A. Rapoporta.

Dany gracz spotyka się wielokrotnie z różnymi innymi graczami, a przy każdym spotkaniu rozgrywa z jednym z nich jednokrotną grę typu "dylemat więźnia". Gracz ten może zapamiętać, jakie decyzje stosowali przy poprzednich z nim spotkaniach poszczególni inni gracze. Strategia *"tit for tat"* polega na zastosowaniu decyzji C (*cooperate*) kiedykolwiek spotkamy nowego partnera, natomiast przy ponownym spotkaniu – na zastosowaniu takiej decyzji (C, *cooperate*, lub D, *defect*), którą gracz przeciwny stosował przy poprzednim z nim spotkaniu. Zasada jej jest następująca: nigdy nie inicjuj sam decyzji niekooperatywnych; jeśli partner zachowa się niekooperatywnie, odpłać mu za to przy następnym spotkaniu, ale bądź gotów do przebaczenia i powrotu do decyzji kooperatywnych. Odpłać przynajmniej raz – jest bowiem też łagodniejszy wariant strategii *"tit for tat"*, z przyspieszonym wybaczeniem, zakładający tylko jednokrotne zastosowanie strategii D, jeśli gracz przeciwny ją ostatnio zastosował, a potem powrót do strategii C bez względu na ostatnie decyzje gracza przeciwnego. Dlatego też tłumaczenie nazwy tej strategii na polskie *"wet za wet"* nie jest całkiem trafne: istotą tej strategii jest szybki odwet, ale i szybkie wybaczenie.

Chociaż wielu autorów próbowało skonstruować warianty strategii zachłannych (np. stosujących z małym prawdopodobieństwem decyzję D, mimo że partner stosuje konsekwentnie C) mające na celu pokonać strategię *"tit for tat"* w konkursie ewolucyjnym, ta ostatnia wygrywała kolejne konkursy. Doprowadziło to do powstania nowego działu teorii gier, mającego związek m.in. z badaniami ekologicznymi i biologicznymi, t.zw. gier ewolucyjnych, wraz ze specjalnym pojęciem równowagi ewolucyjnej.

Natomiast Axelrod, komentując wyniki swojego konkursu, wprowadził pojęcie *ewo-*

lucji kooperacji i koncentrował się raczej na analogiach społecznych i historycznych, ilustrując ewolucyjny rozwój pojęć etycznych. Społeczeństwo uczy się rozwiązywać wciąż nowe pułapki racjonalności i w trakcie swej ewolucji wynajduje często niepisane normy postępowania (przykłady reguły milczenia w mafii, czy zachowań żołnierzy na froncie I wojny światowej). Co pewien czas zdarza się Mojżesz lub Hammurabi, który kodyfikuje te doświadczenia w akceptowane ogólnie prawa. Zmieniający się świat wywołuje wciąż nowe dylematy etyczne – np. kwestie własności intelektualnej czy dostępu do i sposobów wykorzystania informacji w sieci komputerowej.